



Tesis - SS14 2501

**PEMODELAN PENGELUARAN PER KAPITA  
RUMAH TANGGA DI MALUKU UTARA  
MENGUNAKAN STRUKTUR HIRARKI DUA  
TINGKAT DENGAN PENDEKATAN BAYESIAN**

**IKA WIRAWATI  
NRP. 1315201712**

**DOSEN PEMBIMBING:**  
Prof. Drs. Nur Iriawan, M.Ikom., Ph.D.  
Irhamah, M.Si, Ph.D

**PROGRAM MAGISTER  
JURUSAN STATISTIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
INSTITUT TEKNOLOGI SEPULUH NOPEMBER  
SURABAYA  
2017**





Thesis - SS14 2501

# **MODELING OF PER CAPITA HOUSEHOLD EXPENDITURE IN MALUKU UTARA USING TWO-LEVEL HIERARCHICAL STRUCTURE WITH BAYESIAN APPROACH**

**IKA WIRAWATI  
NRP. 1315201712**

**SUPERVISOR :**  
Prof. Drs. Nur Iriawan, M.Ikom., Ph.D.  
Irhamah, M.Si, Ph.D

**MAGISTER PROGRAM  
DEPARTMENT OF STATISTICS  
FACULTY OF MATHEMATICS AND NATURAL SCIENCE  
INSTITUT TEKNOLOGI SEPULUH NOPEMBER  
SURABAYA  
2017**



**PEMODELAN PENGELUARAN PER KAPITA RUMAH  
TANGGA DI MALUKU UTARA MENGGUNAKAN  
STRUKTUR HIRARKI DUA TINGKAT DENGAN  
PENDEKATAN BAYESIAN**

Tesis disusun untuk memenuhi salah satu syarat memperoleh gelar  
Magister Sains (M.Si)  
di  
Institut Teknologi Sepuluh Nopember  
Oleh:

**IKA WIRAWATI  
NRP. 1315 201 712**

Tanggal Ujian : 10 Januari 2017  
Periode Wisuda : Maret 2017

Disetujui oleh:

1. Prof. Drs. Nur Iriawan, M.Ikom., Ph.D.  
NIP. 19621015 198803 1 002

(Pembimbing I)

2. Irhamah, M.Si., Ph.D.  
NIP. 19780406 200112 2 002

(Pembimbing II)

3. Dr. Kartika Fithriasari, M.Si.  
NIP. 19691212 199303 2 002

(Penguji)

4. Santi Wulan Purnami M.Si., Ph.D.  
NIP. 19720923 199803 2 001

(Penguji)

5. Dr. Pudji Ismartini, M.App.Stat.  
NIP. 19710815 199312 2 002

(Penguji)

an. Direktur Program Pascasarjana  
Asisten Direktur

Direktur Program Pascasarjana,

Prof. Dr. Ir. T. Widiarta, M.Eng.  
NIP. 19611021 198603 1 001

Prof. Ir. Djauhar Manfaat, M.Sc., Ph.D.  
NIP. 19601202 198701 1 001





# **PEMODELAN PENGELUARAN PER KAPITA RUMAH TANGGA DI MALUKU UTARA MENGGUNAKAN STRUKTUR HIRARKI DUA TINGKAT DENGAN PENDEKATAN BAYESIAN**

Nama : Ika Wirawati  
NRP : 1315201712  
Pembimbing : Prof. Drs. Nur Iriawan, M.Ikom., Ph.D  
Co-Pembimbing : Irhamah, M.Si, Ph.D

## **ABSTRAK**

Pengeluaran merupakan salah satu ukuran yang merepresentasikan kondisi ekonomi suatu rumah tangga, sehingga sering digunakan untuk mengukur tingkat kesejahteraan ataupun kemiskinan di suatu daerah. Data pengeluaran yang dihasilkan dari Survei Sosial Ekonomi Nasional (Susenas) merupakan data berstruktur hirarki. Analisis statistik yang sesuai untuk memodelkan tipe data ini adalah model linier hirarki. Pemodelan dilakukan menggunakan model linear hirarki dua tingkat dengan sembilan karakteristik rumah tangga di tingkat pertama (model mikro) dan tujuh karakteristik wilayah kabupaten/kota di tingkat kedua (model makro). Selain struktur data, pada penelitian ini juga mempertimbangkan pola distribusi pengeluaran per kapita yang terbukti mengikuti distribusi Gamma Tiga Parameter. Pola distribusi data dapat merepresentasikan karakteristik pola pengeluaran yang unik antar kabupaten/kota, sehingga diharapkan akan menghasilkan model yang khas. Estimasi parameter model hirarki dua tingkat dilakukan dengan pendekatan Bayesian menggunakan Markov Chain Monte Carlo (MCMC) dan algoritma Gibbs Sampling. Model hirarki yang terbentuk terbukti dapat menjelaskan variasi data sebesar 55,03%. Hasil menunjukkan bahwa variasi koefisien regresi model mikro antar kabupaten/kota terbukti secara signifikan dipengaruhi oleh karakteristik rumah tangga dan karakteristik kabupaten/kota. Dengan demikian, model hirarki dua tingkat dengan pendekatan Bayesian terbukti dapat menggambarkan pengaruh prediktor pada tingkatan berbeda terhadap pengeluaran per kapita rumah tangga di Maluku Utara.

**Kata Kunci:** Pengeluaran per Kapita Rumah Tangga, Bayesian, Struktur Hirarki, MCMC, Gibbs Sampling





# **MODELING OF PER CAPITA HOUSEHOLD EXPENDITURE IN MALUKU UTARA USING TWO-LEVEL HIERARCHICAL STRUCTURE WITH BAYESIAN APPROACH**

Name : Ika Wirawati  
Student Identify Number : 1315201712  
Supervisor : Prof. Drs. Nur Iriawan, M.Ikom., Ph.D  
Co-Supervisor : Irhamah, M.Si, Ph.D

## **ABSTRACT**

Expenditure is one of the measurements that represents the economic condition of a household, so it is often used to measure the welfare or the poverty in a region. Expenditure data which is obtained from the National Socioeconomic Survey (Susenas) is a data with hierarchical structure. The appropriate statistical analysis in modeling this type of data is the hierarchical linear model. Modeling was performed using a two-level hierarchical linear model with nine characteristics of household in the first level (micro model) and seven characteristics of districts/cities in the second level (macro model). In addition to considering the structure of the data, this research would also like to consider the distribution pattern of per capita expenditure. The data were captured by the three parameters Gamma distribution. It could represent a unique characteristic of expenditure pattern among districts/cities, so it is expected to give results in a distinctive model. The estimation method that used in this research is the Bayesian method using Markov Chain Monte Carlo (MCMC) algorithm and Gibbs Sampling. Hierarchical model were proven to explain the variation data at 55.03%. The results showed that the variation of micro mode coefficients were significantly affected by the household and the districts/cities characteristics. Thus, the two-level hierarchical model with Bayesian approach was proven to demonstrate the effect of the predictor at different levels in per capita household expenditure in North Maluku.

**Keywords:** Per Capita Household Expenditure, Bayesian, Hierarchical Structure, MCMC, Gibbs Sampling



## KATA PENGANTAR

Alhamdulillah, segala puji bagi Allah SWT yang telah melimpahkan karunia nikmat dan rahmat kepada penulis sehingga tesis yang berjudul “Pemodelan Pengeluaran per Kapita Rumah Tangga di Maluku Utara Menggunakan Struktur Hirarki Dua Tingkat dengan Pendekatan Bayesian” ini dapat diselesaikan sesuai dengan waktu yang diharapkan. Tesis ini disusun dalam rangka memenuhi salah satu syarat untuk meraih gelar Magister Sains di Program Pasca Sarjana Statistika Institut Teknologi Sepuluh Nopember (ITS) Surabaya.

Pada kesempatan ini penulis ingin menyampaikan ucapan terima kasih dan penghargaan yang setinggi-tingginya kepada:

1. Badan Pusat Statistik (BPS) yang telah memberi kesempatan, dukungan dan beasiswa kepada penulis untuk melanjutkan studi program S2 di ITS.
2. Bapak Prof. Drs. Nur Iriawan, M.Ikom, Ph.D dan Ibu Irhamah, M.Si, Ph.D selaku pembimbing atas segala bimbingan, arahan dan motivasi dalam penyusunan tesis ini.
3. Ibu Dr. Kartika Fithriasari, M.Si., Santi Wulan P, M.Si, Ph.D., dan Dr. Pudji Ismartini, M.APP.Stat selaku dosen penguji yang telah memberikan saran dan koreksi atas penulisan tesis ini.
4. Bapak Dr. Suhartono, M.Sc selaku Ketua Jurusan Statistika ITS dan sekaligus dosen pembimbing akademik atas semua arahan dan motivasi yang telah diberikan selama proses studi.
5. Bapak Dr. rer.pol. Heri Kuswanto, M.Si Selaku Kaprodi Pasca Sarjana Statistika ITS beserta jajarannya atas kemudahan dan fasilitas yang diberikan selama studi.
6. Bapak dan Ibu dosen Statistika ITS yang telah mencurahkan ilmu dan pengalamannya selama proses studi.
7. Suamiku tercinta, Aditya Yuniarto, atas doa, dukungan, pengertian dan kesabaran yang luar biasa. Dan Mas Wizam, putraku tersayang, yang turut menemani dan mendoakan selama studi.

8. Ibu dan Bapak, Ibu dan Bapak mertua, adik dan seluruh keluarga atas keikhlasan doa dan motivasi yang diberikan.
9. Teman seangkatan sekaligus keluarga, Irva, Ervin, Aty, Risma, Lila, Leman, Kiki, Agung, Bayu, Node, Tiara, Dewi, Suko, Dinu, Nunik, Mety, Ayu, Arif, Bambang. Kesempatan hidup yang luar biasa bisa menjalani masa studi bersama kalian. Banyak pelajaran hidup yang penulis dapatkan bersama dan dari kalian. Terima kasih atas semangat, kebersamaan dan kekeluargaan yang terjalin.
10. Adik Brina teman sebangunan dan teman-teman S2 Statistika Reguler Angkatan 2015 atas kerjasama dan kebersamaannya.
11. Teman-teman S3 khususnya mas Syahrul dan mas Rindang atas bantuan dan dukungannya kepada penulis.
12. Semua pihak yang telah membantu penyelesaian tesis ini.

Semoga tesis ini dapat bermanfaat dan menambah wawasan keilmuan. Saran dan kritik yang membangun dari semua pihak, sangat penulis harapkan untuk perbaikan selanjutnya.

Surabaya, Januari 2017

Penulis

## DAFTAR ISI

JUDUL .....	i
LEMBAR PENGESAHAN .....	iii
ABSTRAK .....	v
<i>ABSTRACT</i> .....	vii
DAFTAR ISI .....	xi
DAFTAR TABEL .....	xiii
DAFTAR GAMBAR .....	xv
DAFTAR LAMPIRAN .....	xvii
BAB 1 PENDAHULUAN .....	1
1.1 Latar Belakang .....	1
1.2 Rumusan Masalah .....	5
1.3 Tujuan Penelitian .....	6
1.4 Manfaat Penelitian .....	6
BAB 2 TINJAUAN PUSTAKA .....	7
2.1 Model Linier Hirarki .....	7
2.2 Metode Bayesian .....	10
2.2.1 Distribusi <i>Prior</i> .....	11
2.2.2 Markov Chain Monte Carlo (MCMC) .....	12
2.2.3 Gibbs Sampling .....	13
2.3 Model Hirarki dengan Pendekatan Bayesian .....	15
2.4 WinBUGS .....	16
2.5 Uji Kolmogorov-Smirnov .....	17
2.6 Distribusi Gamma Tiga Parameter .....	18
2.7 <i>Credible Interval</i> .....	19
2.8 Ukuran Kebaikan Model .....	20
2.8.1 <i>Deviance Information Criterion</i> (DIC) .....	21
2.8.2 Koefisien Determinasi ( $R^2$ ) .....	21
2.9 Kajian Non Statistika .....	22
2.9.1 Pengeluaran per Kapita Rumah Tangga .....	22

2.9.2 Faktor-Faktor yang Mempengaruhi Pengeluaran per Kapita Rumah Tangga .....	23
BAB 3 METODOLOGI PENELITIAN .....	27
3.1 Sumber Data.....	27
3.2 Variabel Penelitian.....	28
3.3 Metode dan Tahapan Penelitian.....	33
BAB 4 HASIL DAN PEMBAHASAN .....	37
4.1 Pengeluaran per Kapita Rumah Tangga di Provinsi Maluku Utara.....	37
4.1.1 Distribusi Data Pengeluaran per Kapita Rumah Tangga di Maluku Utara .....	38
4.1.2 Karakteristik Faktor-Faktor yang Mempengaruhi Pengeluaran per Kapita Rumah Tangga .....	41
4.2 Penambahan <i>Add-ins</i> Distribusi Gamma Tiga Parameter di WinBUGS .....	45
4.3 Estimasi Model Hirarki pada Pengeluaran per Kapita Rumah Tangga di Maluku Utara .....	51
4.4 Implementasi Model Hirarki Dua Tingkat dengan Pendekatan Bayesian pada Pemodelan Pengeluaran per Kapita Rumah Tangga di Maluku Utara .....	59
4.4.1 Model Alternatif 1.....	60
4.4.2 Model Alternatif 2.....	64
4.4.3 Pemilihan Model Terbaik .....	68
4.4.4 Pengaruh Karakteristik Rumah Tangga dan Kabupaten/Kota terhadap Pengeluaran per Kapita Rumah Tangga di Maluku Utara.....	69
BAB 5 KESIMPULAN DAN SARAN .....	77
5.1 Kesimpulan .....	77
5.2 Saran .....	78
DAFTAR PUSTAKA.....	79
LAMPIRAN .....	83
BIOGRAFI PENULIS .....	111

## DAFTAR TABEL

Tabel 2.1	Faktor-Faktor yang Mempengaruhi Perbedaan Pengeluaran antar Rumah Tangga .....	23
Tabel 3.1	Jumlah Rumah Tangga Sampel Susenas menurut Kabupaten/Kota di Maluku Utara Tahun 2015 .....	27
Tabel 3.2	Variabel Penelitian .....	30
Tabel 3.3	Struktur Data Hirarki Dua Tingkat.....	33
Tabel 4.1	Statistik Deskriptif Pengeluaran per Kapita Rumah Tangga menurut Kabupaten/Kota di Maluku Utara, 2015 .....	37
Tabel 4.2	Statistik Uji dan <i>p-value</i> Hasil Uji Kolmogorov-Smirnov pada Data Pengeluaran per Kapita Rumah Tangga .....	39
Tabel 4.3	Karakteristik Rumah Tangga menurut Kabupaten/Kota di Maluku Utara, 2015 .....	42
Tabel 4.4	Karakteristik Kabupaten/Kota di Maluku Utara, 2014 .....	44
Tabel 4.5	<i>Source Code</i> untuk Mendeklarasikan Parameter Distribusi.....	46
Tabel 4.6	<i>Source Code</i> Prosedur <i>DeclareArgTypes</i> .....	46
Tabel 4.7	<i>Source Code</i> Prosedur <i>DeclareProperties</i> .....	46
Tabel 4.8	<i>Source Code</i> Prosedur <i>NaturalBounds</i> .....	46
Tabel 4.9	<i>Source Code</i> Prosedur <i>LogFullLikelihood</i> .....	47
Tabel 4.10	<i>Source Code</i> Prosedur <i>LogPrior</i> .....	47
Tabel 4.11	<i>Source Code</i> Prosedur <i>Cummulative</i> .....	48
Tabel 4.12	<i>Source Code</i> Prosedur <i>DrawSample</i> .....	49
Tabel 4.13	<i>Source Code</i> Membangkitkan Data Simulasi Gamma Tiga Parameter.....	49
Tabel 4.14	Nilai Parameter dan Hasil Uji Kolmogorov-Smirnov Data Simulasi Berdistribusi Gamma Tiga Parameter .....	50
Tabel 4.15	Ringkasan Estimasi Koefisien Regresi Model Mikro Alternatif 1 .....	62
Tabel 4.16	Ringkasan Estimasi Koefisien Regresi Model Makro Alternatif 1.....	64
Tabel 4.17	Ringkasan Estimasi Koefisien Regresi Model Mikro Alternatif 2 .....	66
Tabel 4.18	Ringkasan Estimasi Koefisien Regresi Model Makro Alternatif 2.....	67

Tabel 4.19 Ukuran Kebaikan Model Alternatif 1 dan 2 .....	68
Tabel 4.20 Koefisien Regresi Model Hirarki Dua Tingkat Berdasarkan Distribusi Gamma Tiga Parameter pada Data Pengeluaran per Kapita Rumah Tangga di Maluku Utara.....	72



## DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1	Skema Struktur Hirarki Data dalam Pembentukan Model Hirarki Dua Tingkat .....	7
Gambar 2.2	Diagram Alur Algoritma Gibbs Sampling .....	15
Gambar 2.3	Representasi Grafis dari <i>Prior</i> , <i>Hyperprior</i> , Parameter, dan <i>Hyperparameter</i> pada Model Hirarki Bayesian .....	17
Gambar 2.4	Bentuk Plot PDF Distribusi Gamma Tiga Parameter dengan Variasi Nilai Parameter .....	19
Gambar 3.1	Kerangka Konseptual Penelitian .....	29
Gambar 3.2	Diagram Alur Penelitian .....	36
Gambar 4.1	Plot PDF Distribusi Gamma Tiga Parameter dari Data Pengeluaran per Kapita Rumah Tangga di Maluku Utara.....	40
Gambar 4.2	DAG Model Hirarki Dua Tingkat Berdasarkan Distribusi Gamma Tiga Parameter .....	52
Gambar 4.3	<i>Trace Plot</i> Model Alternatif 1 (Iterasi 9.800-10.000) .....	60
Gambar 4.4	<i>Serial Plot</i> Estimasi Parameter Model Alternatif 1 (8.000 Iterasi) 60	
Gambar 4.5	<i>Autocorrelation Plot</i> Estimasi Parameter Model Alternatif 1 .....	61
Gambar 4.6	<i>Quantile Plot</i> Estimasi Parameter Model Alternatif 1 .....	61
Gambar 4.7	<i>Boxplot Posterior Mean</i> Koefisien Regresi untuk Variabel Luas Lantai per Kapita dan Sumber Penerangan Rumah Tangga.....	63
Gambar 4.8	<i>Trace Plot Model</i> Alternatif 2 (Iterasi 9.800-10.000) .....	65
Gambar 4.9	<i>Serial Plot</i> Estimasi Parameter Model Alternatif 2 (8.000 Iterasi) 65	
Gambar 4.10	<i>Autocorrelation Plot</i> Estimasi Parameter Model Alternatif 2 .....	65
Gambar 4.11	<i>Quantile Plot</i> Estimasi Parameter Model Alternatif 2 .....	66
Gambar 4.12	<i>Boxplot Posterior Mean</i> Koefisien Regresi untuk Variabel Luas Lantai per Kapita dan Bahan Bakar untuk Memasak .....	67

*(Halaman ini sengaja dikosongkan)*

## DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1.	Estimasi Parameter Distribusi Gamma Tiga Parameter pada Pengeluaran per Kapita Rumah Tangga di Maluku Utara.....	83
Lampiran 2.	Tahapan Penambahan <i>Add-Ins</i> Distribusi Baru dalam WinBUGS.....	84
Lampiran 3.	<i>Source Code</i> Penambahan <i>Add-ins</i> Distribusi Gamma Tiga Parameter dalam WinBUGS.....	88
Lampiran 4.	<i>Source Code</i> Model Hirarki Dua Tingkat pada Pengeluaran per Kapita Rumah Tangga dengan Pendekatan Bayesian Berdasarkan Distribusi Gamma Tiga Parameter .....	91
Lampiran 5.	Boxplot Koefisien Regresi Model Mikro $\beta$ Alternatif 1 .....	95
Lampiran 6.	Hasil Estimasi Koefisien Regresi Model Mikro $\beta$ Alternatif 1 ....	97
Lampiran 7.	Hasil Estimasi Koefisien Regresi Model Makro $\gamma$ Alternatif 1 ..	100
Lampiran 8.	Hasil Estimasi Parameter Shape $\alpha$ dan Scale $\phi$ Distribusi Gamma Tiga Parameter dari Model Alternatif 1 .....	103
Lampiran 9.	Boxplot Koefisien Regresi Model Mikro $\beta$ Alternatif 2.....	104
Lampiran 10.	Hasil Estimasi Koefisien Regresi Model Mikro $\beta$ Alternatif 2 ..	106
Lampiran 11.	Hasil Estimasi Koefisien Regresi Model Makro $\gamma$ Alternatif 2 ..	108
Lampiran 12.	Hasil Estimasi Parameter <i>Shape</i> $\alpha$ dan <i>Scale</i> $\phi$ Distribusi Gamma Tiga Parameter dari Model Alternatif 2.....	110

*(Halaman ini sengaja dikosongkan)*

# **BAB 1**

## **PENDAHULUAN**

### **1.1 Latar Belakang**

Pada tiga dekade terakhir, analisis pola konsumsi rumah tangga menjadi salah satu topik hangat dalam beberapa penelitian di bidang sosial-ekonomi, baik di negara maju ataupun berkembang. Pola konsumsi merepresentasikan tingkat daya beli rumah tangga yang dipengaruhi oleh keputusan rumah tangga dalam membelanjakan pendapatannya sebagai upaya memenuhi kebutuhan rumah tangga. Dengan demikian, pola konsumsi dapat memberikan gambaran tentang kondisi ekonomi rumah tangga. Informasi tentang kondisi ekonomi rumah tangga sangat penting bagi pemangku kebijakan untuk meletakkan arah kebijakan agar dapat mencapai tujuan pembangunan khususnya pada peningkatan dan pemerataan kesejahteraan penduduk serta penanggulangan kemiskinan.

Sekhampu dan Niyimbanira (2013) dalam penelitiannya menyebutkan bahwa kebanyakan penelitian yang dilakukan di negara-negara maju menggunakan pendapatan tahunan sebagai *proxy* untuk menggambarkan kondisi ekonomi rumah tangga. Namun, pengeluaran konsumsi rumah tangga bisa menjadi pendekatan yang lebih baik, khususnya di negara-negara berkembang di mana pendapatan tahunan tidak menentu dan tidak konsisten. Mengingat data pendapatan yang dikumpulkan melalui survei-survei rumah tangga di negara-negara berkembang seperti Indonesia sering tidak lengkap (*under reporting*), maka pendapatan umumnya diukur dengan menggunakan informasi tentang pengeluaran konsumsi rumah tangga, sebagai *proxy* pendapatan (Irawan, dkk., 2016).

Di Indonesia, pemodelan data pengeluaran rumah tangga berdasarkan karakteristik rumah tangga telah dikembangkan oleh BPS. Model yang dihasilkan digunakan untuk mengestimasi pengeluaran rumah tangga pada survey atau pendataan di mana data pendapatan/pengeluaran tidak tersedia. Sebagai salah satu contoh adalah pembentukan model *proxy mean test* (menggunakan data pengeluaran rumah tangga hasil Susenas) untuk mengestimasi pengeluaran rumah tangga hasil Pendataan Basis Data Terpadu (PBDT) 2015. Model tersebut dibangun

pada setiap kabupaten/kota di seluruh Indonesia, untuk mengklasifikasikan rumah tangga sasaran (RTS) yang akan masuk ke dalam Basis Data Terpadu (BDT). BDT ini bertujuan untuk menyediakan data dan informasi Rumah Tangga Sasaran (RTS) bagi pemangku kebijakan dalam penetapan sasaran program-program perlindungan sosial dalam rangka penanggulangan kemiskinan.

Salah satu survei yang menghasilkan data pengeluaran rumah tangga adalah Survei Sosial Ekonomi Nasional (Susenas). Survei ini dirancang menggunakan *two stages one phase stratified sampling* (BPS, 2015a). Data survei dengan menggunakan prosedur pengambilan sampel bertingkat ini merupakan contoh data yang berstruktur hirarki. Pada data yang berstruktur hirarki, data dapat diklasifikasikan pada tingkatan/kelompok yang berbeda. Misal pada contoh data Susenas, rumah tangga adalah unit pada tingkat terendah, sedangkan unit pada tingkat yang lebih tinggi adalah wilayah dapat berupa desa/kelurahan, kecamatan, kabupaten/kota, ataupun provinsi. Dengan demikian tingkat pengeluaran rumah tangga dapat dimodelkan sebagai hasil dari kombinasi antara karakteristik rumah tangga dan karakteristik wilayahnya (Ismartini, 2013).

Goldstein (1995) menyatakan bahwa pengelompokan pada data berhirarki dibangun dengan prinsip adanya kesamaan pada anggota dalam satu kelompok, sehingga antar anggota dalam satu kelompok memiliki sifat yang mirip (similar). Sementara di lain sisi, antar anggota dari satu kelompok dan anggota kelompok lainnya berbeda atau disebut terdapat variansi antar kelompok. Oleh karena itu, struktur hirarki data tersebut tidak dapat diabaikan begitu saja dalam proses analisisnya. Menurut Iriawan (2012), cara pemodelan tradisional yang mengabaikan struktur data tidak sesuai untuk menyelesaikan masalah data berhirarki tersebut dan tidak akan mampu menangkap fenomena riilnya.

Ketika data pengamatan mempunyai struktur hirarki, maka analisis yang tepat adalah model hirarki atau model multilevel. Model ini dikembangkan untuk analisa data yang melibatkan dua atau lebih tingkat hubungan antar variabel dan parameter. Dengan demikian model hirarki dapat digunakan untuk menguji hubungan antara variabel yang diukur pada tingkat yang berbeda pada struktur data berhirarki (Hox, 2010). Pada dasarnya model hirarki dibangun oleh dua sub model, yaitu model mikro dan model makro. Pada model hirarki dua tingkat, model mikro

adalah model regresi yang menyatakan hubungan antara variabel respon yang akan diamati dan prediktor pada tingkat pertama. Sementara model makro menyatakan hubungan antara koefisien regresi dari model mikro dengan variabel prediktor pada tingkat kedua (Iriawan, 2012).

Menurut Hox (2010), penggunaan model hirarki mempunyai beberapa kelebihan. Pertama, model hirarki dapat digunakan untuk menganalisis pada beberapa tingkatan yang berbeda secara bersamaan dalam satu analisis statistik. Kedua, model hirarki memperhitungkan variansi pada setiap tingkatan terhadap variansi respon. Ismartini, Iriawan, dan Ulama (2013) melakukan perbandingan model klasik (model unilevel) dan model hirarki pada data yang disimulasikan berstruktur hirarki. Hasil penelitian tersebut membuktikan bahwa model hirarki lebih baik dibanding model klasik yang dinyatakan dengan nilai MSE (*Mean Square Error*) model hirarki lebih kecil. Beberapa penelitian yang menggunakan model hirarki yaitu Arpino dan Aassve (2007) serta Haughton dan Nguyen (2010) memodelkan data pengeluaran rumah tangga menggunakan model hirarki dengan pendekatan *likelihood*. Bono, Cracolici dan Cuffaro (2016) menggunakan model hirarki untuk membandingkan pola pengeluaran rumah tangga sebelum dan sesudah resesi ekonomi di Italia.

Seiring dengan perkembangan ilmu pengetahuan dan teknologi, metode estimasi pada model hirarki juga mengalami perkembangan. Beberapa metode estimasi model hirarki yang dikembangkan adalah eksak *Maximum Likelihood*, *Generalized Least Squares* dengan pendekatan *Truncated Singular Value Decomposition*, *Maximum Marginal Likelihood* (MML) dengan *Gauss Hermite Numerical Quadrature*, dan lain sebagainya. Metode-metode tersebut dikenal sebagai metode estimasi klasik.

Model hirarki dengan melibatkan banyak variabel akan menyebabkan model menjadi kompleks. Kondisi ini akan sulit diselesaikan dengan metode estimasi klasik. Pemodelan melalui pendekatan Bayesian pada masalah ini akan memberikan solusi yang lebih baik. Metode Bayesian sangat fleksibel dan mudah untuk mengestimasi parameter dari model hirarki yang kompleks (Kruschke dan Vanpaemel, 2015). Beberapa penelitian menyatakan bahwa metode Bayesian dapat mengatasi beberapa keterbatasan yang ada dalam metode estimasi klasik.

Diantaranya, Browne dan Draper (2006) membuktikan bahwa metode estimasi dengan pendekatan Bayesian dalam model hirarki menunjukkan performa yang lebih baik dibanding metode klasik yang berbasis *likelihood*. Goldstein (1995) juga menyatakan bahwa metode *Maximum likelihood* cenderung akan menghasilkan presisi yang *overestimate* karena tidak memperhitungkan ketidakpastian dari random parameter yang diestimasi.

Kunci utama pada keberhasilan pemodelan dengan pendekatan Bayesian adalah informasi pola distribusi data pengamatan. Data pengamatan dalam sudut pandang Bayesian dinyatakan berasal dari suatu distribusi probabilitas yang memiliki parameter-parameter yang tidak diketahui dengan pasti. Oleh karena itu perlu ditentukan suatu distribusi dari parameter tersebut yang disebut sebagai distribusi *prior*. Ketepatan dalam menentukan distribusi *prior* akan sangat berpengaruh pada hasil estimasi.

Beberapa penelitian yang menggunakan pendekatan Bayesian dalam model hirarki diantaranya dilakukan oleh Guo, Bowman dan Kilts (2008) untuk menganalisis data efektivitas pengaruh pemberian terapi terhadap respon otak untuk penderita Schizophrenia berdasarkan distribusi Normal. Sedangkan Liu, Guo, Mao dan Yang (2008) menggunakan model hirarki Bayes berdasarkan distribusi Normal untuk menganalisis kualitas udara di daerah perkotaan. Chen dkk. (2015) menggunakan model *random intercept model* dengan pendekatan Bayesian untuk menganalisis keparahan cedera yang dialami supir truk saat terjadi kecelakaan lalu lintas. Pertiwi (2012) menggunakan model hirarki bayes untuk memodelkan pengeluaran per kapita. Pada penelitian ini dilakukan perbandingan model dengan distribusi yang berbeda-beda. Selanjutnya pemodelan pengeluaran per kapita dengan pendekatan Bayesian juga dilakukan oleh Ismartini (2013) dengan mengembangkan distribusi log-normal tiga parameter (LN3) dan log-logistik tiga parameter (LLD3) pada model.

Berdasarkan uraian sebelumnya, maka pada penelitian ini diusulkan pemodelan pengeluaran rata-rata per kapita menggunakan struktur hirarki dua tingkat dengan pendekatan Bayesian. Terkait penggunaan pendekatan Bayesian, maka diperlukan eksplorasi data yang akan diamati sebagai langkah awal pada proses penentuan distribusi *prior*, yang selanjutnya akan menjadi dasar dalam



proses estimasi parameternya. Pengembangan model tersebut akan diimplementasikan pada data pengeluaran rata-rata per kapita rumah tangga di Maluku Utara. Pembentukan model hirarki dua tingkat dilakukan dengan menggunakan karakteristik rumah tangga (faktor internal) sebagai prediktor pada tingkat pertama dan karakteristik kabupaten/kota (faktor eksternal) sebagai prediktor pada tingkat kedua.

Maluku Utara adalah provinsi hasil pemekaran dari provinsi Maluku pada 1999. Sejak 2013 Provinsi Maluku Utara memiliki sepuluh kabupaten kota yang tersebar dengan kondisi geografis yang sangat beragam. Perbedaan kondisi geografis ini sangat nyata berdampak pada pergerakan ekonomi dan pola kehidupan penduduk di masing-masing kabupaten/kota. Harga beberapa komoditi bisa sangat jauh perbedaannya antar kabupaten/kota atau bahkan antar daerah dalam satu kabupaten/kota yang sama hanya karena alasan geografis. Secara umum kondisi ini bisa mempengaruhi perbedaan pola konsumsi penduduk antar daerah. Hasil Susenas 2015 menunjukkan adanya variasi rata-rata pengeluaran per kapita yang cukup besar antar kabupaten/kota. Oleh karena itu akan lebih menarik jika dikaji faktor-faktor yang mempengaruhi pengeluaran per kapita rumah tangga, baik faktor internal ataupun eksternal.

## **1.2 Rumusan Masalah**

Berdasarkan uraian sebelumnya, dapat diambil pokok permasalahan yang ingin diteliti yaitu pertama, bagaimana karakteristik pengeluaran per kapita rumah tangga di setiap kabupaten/kota di Maluku Utara. Kedua, bagaimana menambahkan fungsi distribusi di WinBUGS jika pengeluaran per kapita rumah tangga mempunyai distribusi yang belum tersedia di WinBUGS. Permasalahan ketiga adalah bagaimana memodelkan data pengeluaran per kapita yang merupakan data hirarki menggunakan pendekatan Bayesian. Selain itu juga dipandang perlu untuk mengkaji faktor-faktor yang mempengaruhi kesenjangan pengeluaran per kapita antar kabupaten/kota di Maluku Utara.

### **1.3 Tujuan Penelitian**

Tujuan penelitian ini adalah:

1. Mengetahui karakteristik pengeluaran per kapita rumah tangga per kabupaten/kota di Maluku Utara.
2. Membangun fungsi distribusi sesuai karakteristik pengeluaran per kapita rumah tangga yang belum tersedia dalam WinBUGS.
3. Memperoleh model pengeluaran per kapita menggunakan struktur hirarki dua tingkat dengan pendekatan Bayesian.
4. Mendapatkan faktor-faktor yang berpengaruh terhadap pengeluaran per kapita di masing-masing tingkatan hirarki penelitian.

### **1.4 Manfaat Penelitian**

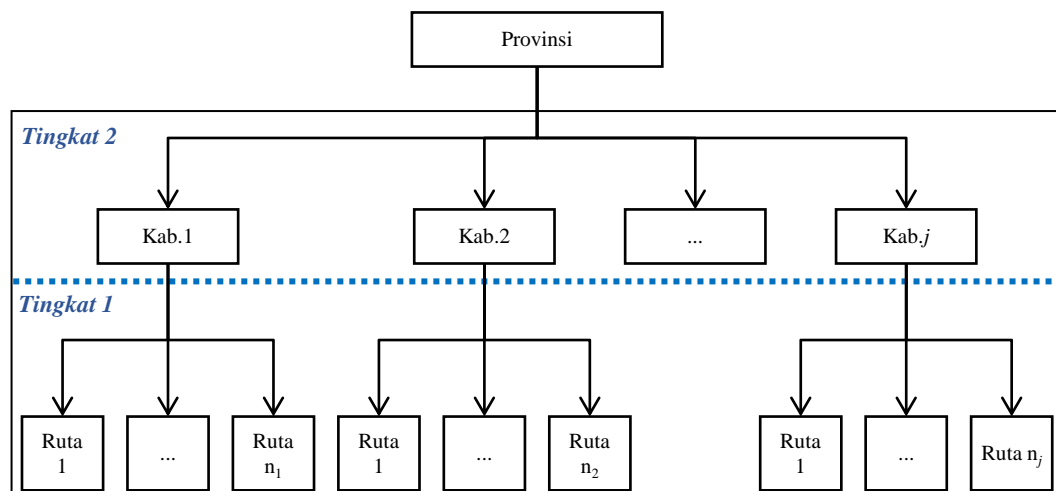
Hasil penelitian ini diharapkan dapat memberikan masukan berupa model alternatif kepada BPS dalam melakukan model terkait kesejahteraan rakyat dengan mempertimbangkan pola distribusi dan struktur data. Selain itu, faktor-faktor yang secara signifikan berpengaruh dalam model bisa menjadi informasi penting bagi pemerintah daerah baik pemerintah kabupaten ataupun provinsi. Informasi ini bisa menjadi bahan pertimbangan pemerintah dalam merumuskan kebijakan/program yang tepat dalam rangka peningkatan kesejahteraan rakyat ataupun percepatan penanggulangan kemiskinan. Pada akhirnya, arah kebijakan program pemerintah akan lebih tepat sasaran.

## BAB 2

### TINJAUAN PUSTAKA

#### 2.1 Model Linier Hirarki

Model linier hirarki atau model hirarki telah banyak dikenal dalam beberapa literatur dengan beberapa istilah, seperti model linier multivel, model *random coefficient*, *variance component*, *mixed-effects model* atau *mixed model*. Model ini dibangun pada data berstruktur hirarki dengan satu variabel respon yang diukur pada tingkat terendah, dan variabel prediktor pada beberapa tingkatan (Hox, 2010; Goldstein, 1995). Tingkatan struktur data bisa tidak terbatas, namun yang umum digunakan hanya dua tingkatan hirarki data. Gambar 2.1 diberikan untuk memberikan gambaran struktur data hirarki dua tingkat, di mana rumah tangga adalah unit observasi pada tingkat 1 dan kabupaten/kota adalah unit observasi pada tingkat 2.



Gambar 2.1 Skema Struktur Hirarki Data dalam Pembentukan Model Hirarki Dua Tingkat

Pada model hirarki masing-masing tingkatan direpresentasikan oleh sub model. Sub model ini menggambarkan hubungan antar variabel dalam satu tingkatan dan menjelaskan pengaruh hubungan dengan variabel pada tingkatan lainnya, yang biasa dikenal sebagai model mikro dan model makro (Hox, 2010).

Model mikro adalah model di tingkat struktur hirarki terendah yang dibentuk dengan meregresikan variabel respon dengan prediktor pada tingkat terendah. Sementara model makro adalah model di tingkat struktur hirarki yang lebih tinggi. Model makro menggambarkan hubungan pengaruh dari model regresi di tingkat terendah dengan variabel prediktor di tingkat yang lebih tinggi. Oleh karena itu, dengan menggunakan model hirarki maka estimasi dapat dilakukan dengan menggunakan variabel di seluruh tingkatan struktur data hirarki.

Pada data yang berstruktur hirarki dua tingkat, akan terdapat  $m$  kelompok observasi, dimana masing-masing kelompok terdiri dari  $n_j$  observasi. Jika dikaitkan dengan Gambar 2.1, maka akan terdapat  $n_j$  rumah tangga yang berasal dari  $m$  kabupaten/kota. Misal,  $Y_{1j}, Y_{2j}, \dots, Y_{n_jj}$  adalah variabel random untuk kelompok ke- $j$  dan banyaknya observasi untuk tiap kelompok adalah  $n_j$ . Sedangkan  $X_{1j}, X_{2j}, \dots, X_{kj}$  adalah variabel prediktor pada tingkat pertama (prediktor mikro) untuk kelompok ke- $j$ , serta  $W_1, W_2, \dots, W_l$  adalah variabel prediktor pada tingkat kedua (prediktor makro). Raudenbush dan Bryk (2002) dan Goldstein (1995) menjabarkan pembentukan model hirarki dua tingkat adalah sebagai berikut:

#### 1. Model pada Tingkat 1

Persamaan model pada tingkat 1 untuk tiap kelompok dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$Y_{ij} = \beta_{0j} + \beta_{1j}X_{1ij} + \beta_{2j}X_{2ij} + \dots + \beta_{kj}X_{kij} + e_{ij},$$

di mana,  $i = 1, 2, \dots, n_j$  dan  $j = 1, 2, \dots, m$ , atau jika dinyatakan dalam bentuk vektor yaitu:

$$\mathbf{y}_j = \mathbf{X}_j \boldsymbol{\beta}_j + \mathbf{e}_j, \quad (2.1)$$

dengan,

$$\mathbf{y}_j = \begin{pmatrix} y_{1j} & y_{2j} & \dots & y_{n_jj} \end{pmatrix}^T,$$

$$\mathbf{X}_j = \begin{pmatrix} 1 & X_{11j} & X_{21j} & \dots & X_{k1j} \\ 1 & X_{12j} & X_{22j} & \dots & X_{k2j} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & X_{1n_jj} & X_{2n_jj} & \dots & X_{kn_jj} \end{pmatrix},$$

$$\boldsymbol{\beta}_j = (\beta_{0j} \ \beta_{1j} \ \dots \ \beta_{kj})^T,$$

$$\mathbf{e}_j = \begin{pmatrix} e_{1j} & e_{2j} & \dots & e_{n_{jj}} \end{pmatrix}^T.$$

## 2. Model pada tingkat 2

Model mikro akan menghasilkan sebanyak  $m$  model regresi, dengan nilai parameter regresi  $(\beta_{rj}, r = 0, 1, \dots, k)$  bervariasi antar kelompok. Variasi akan dijelaskan dengan meregresikan setiap koefisien  $\beta_{rj}$  dengan prediktor pada tingkat kedua. Model hubungan ini dikenal sebagai model makro. Persamaan model makro untuk dengan  $j=1, 2, \dots, m$  adalah sebagai berikut:

$$\beta_{rj} = \gamma_{0r} + \gamma_{1r}W_{1j} + \gamma_{2r}W_{2j} + \dots + \gamma_{lr}W_{lj} + u_{rj}, \quad r = 0, 1, 2, \dots, k,$$

atau jika dinyatakan dalam bentuk vektor adalah:

$$\boldsymbol{\beta}_r = \mathbf{W}\boldsymbol{\gamma}_r + \mathbf{u}_r, \tag{2.2}$$

dengan,

$$\boldsymbol{\beta}_r = (\beta_{r1} \quad \beta_{r2} \quad \dots \quad \beta_{rm})^T,$$

$$\mathbf{W} = \begin{pmatrix} 1 & w_{11} & w_{21} & \dots & w_{l1} \\ 1 & w_{12} & w_{22} & \dots & w_{l2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & w_{1m} & w_{2m} & \dots & w_{lm} \end{pmatrix},$$

$$\boldsymbol{\gamma}_r = (\gamma_{0r} \quad \gamma_{1r} \quad \dots \quad \gamma_{lr})^T,$$

$$\mathbf{u}_r = (u_{r1} \quad u_{r2} \quad \dots \quad u_{rm})^T.$$

De Leeuw, Meijer, dan Goldstein (2008) menjelaskan bahwa persamaan (2.1) dan (2.2) merupakan *separate equation model* dari model hirarki. Sedangkan *single equation model* dari model hirarki merupakan persamaan gabungan dari persamaan (2.1) dan (2.2), yaitu sebagai berikut:

$$\mathbf{y}_j = \mathbf{X}_j\mathbf{W}_j\boldsymbol{\gamma} + \mathbf{X}_j\mathbf{u}_j + \mathbf{e}_j, \tag{2.3}$$

dengan,

$$\mathbf{X}_j\mathbf{W}_j\boldsymbol{\gamma} = \text{suku tetap (deterministik) dalam model hirarki,}$$

$$\mathbf{X}_j\mathbf{u}_j = \text{suku random (stokastik) dalam model hirarki,}$$

$$E(\mathbf{y}_j) = \mathbf{X}_j\mathbf{W}_j\boldsymbol{\gamma},$$

$$\text{Var}(\mathbf{y}_j) = \mathbf{X}_j\mathbf{T}\mathbf{X}_j^T + \sigma_j^2\mathbf{I}_{n_j}.$$

Interpretasi model hirarki pada persamaan (2.3) menjadi cukup rumit dengan adanya variabel  $\mathbf{W}$ . Berdasarkan persamaan tersebut pengaruh variabel  $\mathbf{x}$  terhadap  $\mathbf{y}$  bergantung pada variabel  $\mathbf{W}$ . Dengan demikian, matriks  $\mathbf{W}$  berperan

sebagai *moderator variable* pada hubungan antara  $y$  dan  $X$  (Hox, 2010). Interpretasi dari koefisien regresi model mikro dan koefisien regresi model makro terhadap  $y$  tergantung pada tanda positif dan negatif dari kedua koefisien regresi tersebut. Jika koefisien  $\gamma_r$  bernilai positif, maka dapat dikatakan bahwa  $X$  akan menyebabkan nilai  $y$  lebih tinggi karena adanya  $W$ . Sebaliknya jika koefisien  $\gamma_r$  bernilai negatif, maka dapat dikatakan bahwa keberadaan  $W$  mengakibatkan pengaruh  $X$  akan membuat nilai  $y$  lebih rendah. Selanjutnya,  $X_j W_j$  merupakan faktor interaksi dalam model sebagai konsekuensi adanya variasi *slope* variabel  $X$ . *Moderator effect* dari  $W$  pada hubungan antara  $y$  dan  $X$  dinyatakan sebagai *cross-level interaction*.

Berdasarkan persamaan (2.3) terlihat bahwa *error* pada model hirarki yaitu  $X_j u_j + e_j$ , merupakan fungsi yang kompleks dan tidak konstan. *Error* pada model hirarki bergantung pada komponen  $X_j u_j$  yang bervariasi antar observasi satu dengan yang lain. Sehingga  $u_j$  memiliki nilai yang bervariasi antar kelompok yang satu dengan yang lain. Hal ini yang menjadi salah satu pembeda dengan model linier standar OLS. Pada metode OLS diperlukan asumsi random *error* yang berdistribusi normal dengan *varians* yang konstan. Keadaan ini menunjukkan bahwa asumsi untuk OLS tidak lagi dapat terpenuhi (Raudenbush dan Bryk, 2002).

## 2.2 Metode Bayesian

Metode Bayesian diperkenalkan dan dikembangkan pertama kali oleh Thomas Bayes. Dalam implementasinya, metode Bayesian banyak digunakan untuk analisis model statistik yang kompleks (Carlin dan Chib, 1995) seperti model hirarki ini (Raudenbush dan Bryk, 2002). Metode ini mempunyai cara pandang yang berbeda dengan metode statistik klasik. Perbedaan mendasar antara keduanya yaitu metode statistik klasik menganggap parameter dalam model bernilai tetap/tunggal. Sementara metode Bayesian memandang seluruh parameter yang tidak diketahui dalam model sebagai suatu variabel random yang dikarakteristikan oleh distribusi *prior* parameter tersebut (Ntzoufras, 2009).

Secara konseptual, metode Bayesian dikembangkan berdasarkan teorema

Bayes, yang memadukan secara formal distribusi *prior* dan informasi data (fungsi *likelihood*) menjadi distribusi *posterior*. Box dan Tiao (1973) dalam bukunya memaparkan jika  $Y$  adalah variabel random yang mengikuti pola distribusi tertentu dengan fungsi densitas (PDF),  $f(\mathbf{y}|\boldsymbol{\theta})$ , dengan  $\boldsymbol{\theta}$  adalah vektor parameter berukuran  $d$  atau  $\boldsymbol{\theta} = (\theta_1 \ \theta_2 \ \dots \ \theta_d)^T$  dan  $\mathbf{y} = (y_1 \ y_2 \ \dots \ y_n)^T$  adalah vektor sampel berukuran  $n$  yang berdistribusi identik dan independen, maka *joint distribution* dari  $\boldsymbol{\theta}$  dan  $\mathbf{y}$  dapat dituliskan dalam bentuk persamaan (2.4):

$$f(\mathbf{y}, \boldsymbol{\theta}) = f(\mathbf{y}|\boldsymbol{\theta})f(\boldsymbol{\theta}) = f(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{y})f(\mathbf{y}). \quad (2.4)$$

Berdasarkan teorema Bayes, distribusi *posterior* dari  $\boldsymbol{\theta}$ ,  $f(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{y})$ , dapat diturunkan dari persamaan (2.4) sehingga menjadi,

$$f(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{y}) = \frac{f(\mathbf{y}|\boldsymbol{\theta})f(\boldsymbol{\theta})}{f(\mathbf{y})}, \quad (2.5)$$

Dengan  $f(\mathbf{y}|\boldsymbol{\theta})$  adalah fungsi *likelihood* data yang berisi informasi sampel data dan dapat ditulis,  $f(\mathbf{y}|\boldsymbol{\theta}) = \prod_{i=1}^n f(y_i|\boldsymbol{\theta})$ . Sedangkan  $f(\boldsymbol{\theta})$  adalah fungsi distribusi *prior* dari parameter  $\boldsymbol{\theta}$  dan  $f(\mathbf{y})$  adalah fungsi konstanta densitas, di mana:

$$f(\mathbf{y}) = \begin{cases} \int \dots \int f(\mathbf{y}|\boldsymbol{\theta})f(\boldsymbol{\theta}) d\theta_1 \dots d\theta_d, & \text{jika } \boldsymbol{\theta} \text{ kontinu} \\ \sum f(\mathbf{y}|\boldsymbol{\theta})f(\boldsymbol{\theta}), & \text{jika } \boldsymbol{\theta} \text{ diskrit.} \end{cases}$$

Sehingga persamaan (2.5) dapat dinyatakan dalam bentuk proporsional sebagai berikut:

$$f(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{y}) \propto f(\mathbf{y}|\boldsymbol{\theta})f(\boldsymbol{\theta}), \quad (2.6)$$

atau juga biasa ditulis, ***Posterior*  $\propto$  *Likelihood* x *Prior*.**

Berdasarkan persamaan (2.6) terlihat bahwa distribusi *posterior* dari  $\boldsymbol{\theta}$  diperoleh dari *prior*  $\boldsymbol{\theta}$  yang di-*update* dengan menggunakan informasi data sampel yang terdapat dalam *likelihood* data. Oleh karena itu, Box dan Tiao (1973) menyatakan bahwa metode Bayesian didasarkan pada distribusi posterior yang merupakan kombinasi antara distribusi prior dan data observasi yang digunakan untuk membangun fungsi *likelihood*.

### 2.2.1 Distribusi *Prior*

Penentuan *prior* merupakan bagian yang sangat penting dalam metode Bayesian karena mempengaruhi distribusi posterior. Oleh karena itu distribusi *prior*

harus dilakukan dengan teliti dan tepat. Terdapat beberapa jenis distribusi *prior* yang dikenal dalam metode Bayesian, yaitu:

1. *Conjugate prior* dan *non conjugate prior*, yaitu *prior* ditentukan sesuai dengan pola *likelihood* data (Box dan Tiao, 1973).
2. *Proper prior* atau *improper prior* (Jeffreys *prior*), yaitu *prior* yang terkait dengan pemberian bobot atau densitas di setiap titik sehingga terdistribusi secara *uniform* atau tidak (Ntzoufras, 2009).
3. *Informative prior* atau *non informative prior*, yaitu *prior* yang berkaitan dengan ketersediaan pengetahuan atau informasi sebelumnya mengenai pola distribusi data (Box dan Tiao, 1973).
4. *Pseudo prior*, yaitu *prior* ditentukan berdasarkan hasil elaborasi dari metode klasik. Misalnya *prior* ditentukan berdasarkan hasil dari estimasi parameter model regresi dengan *Ordinary Least Squares/OLS* (Carlin dan Chib, 1995).

### 2.2.2 Markov Chain Monte Carlo (MCMC)

Pada penggunaan metode Bayesian, ada kalanya dihadapkan pada kondisi di mana penentuan distribusi posterior sulit dilakukan karena melibatkan persamaan integral yang sangat kompleks. Misalnya pada model yang kompleks seperti model hirarki dengan banyak parameter, maka untuk mendapatkan distribusi posterior parameter diperlukan proses integral dengan dimensi yang besar dan waktu yang cukup lama. Salah satu solusi untuk mengatasi masalah ini adalah dengan pendekatan numerik, yaitu MCMC (Carlin dan Chib, 1995). Pendekatan MCMC sangat efektif untuk mengurangi beban komputasi dalam menyelesaikan persamaan integrasi yang kompleks. Selain itu, metode ini memungkinkan proses simulasi dengan mengambil sampel random dari model stokastik yang sangat rumit.

Ide dasar dari MCMC yakni membangkitkan data sampel dari distribusi *posterior* sesuai proses *markov chain* dengan menggunakan simulasi Monte Carlo secara iteratif sehingga diperoleh kondisi yang konvergen terhadap *posterior* (Ntzoufras, 2009). Kondisi seperti tersebut merupakan kondisi stasioner atau equilibrium. Selanjutnya, sampel parameter dalam *markov chain* diambil setelah kondisi stasioner tercapai sehingga sampel yang diambil dijamin merupakan sampel dari distribusi *posterior* dari parameter tersebut.



Iriawan (2000) berpendapat bahwa terdapat dua kemudahan yang diperoleh dari penggunaan metode MCMC pada analisis *Bayesian*. Pertama, metode MCMC dapat menyederhanakan bentuk integral yang kompleks dengan dimensi besar menjadi bentuk integral yang sederhana dengan satu dimensi. Kedua, estimasi densitas data dapat diketahui dengan cara membangkitkan suatu rantai markov yang berurutan sebanyak  $M$ . Langkah-langkah mendapatkan posterior dengan menggunakan MCMC adalah sebagai berikut (Congdon, 2007):

1. Menentukan *initial value* (nilai awal) untuk tiap parameter model dengan memperhatikan karakteristik datanya.
2. Membangkitkan  $C$  sampel  $\{\boldsymbol{\theta}^{(1)}, \boldsymbol{\theta}^{(2)}, \dots, \boldsymbol{\theta}^{(P)}\}$  dari distribusi posterior  $f(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{y})$  secara *full conditional*.
3. Memonitor konvergensi algoritma, jika kondisi konvergensi tidak tercapai, maka sampel perlu dibangkitkan lebih banyak.
4. Menentukan dan membuang  $B$  sampel pertama (*burn in period*) untuk menghindari pengaruh nilai awal.
5. Mengambil sejumlah  $M-B$  sampel dari distribusi posterior yaitu  $\{\boldsymbol{\theta}^{(B+1)}, \boldsymbol{\theta}^{(B+2)}, \dots, \boldsymbol{\theta}^{(P)}\}$ .
6. Membuat plot distribusi posterior.
7. Mendapatkan ringkasan distribusi prior (rata-rata, median, standar deviasi, kuantil, dan korelasi).

### 2.2.3 Gibbs Sampling

Implementasi metode MCMC untuk analisis Bayesian memerlukan algoritma sampling yang tepat untuk mendapatkan sampel dari suatu distribusi. Algoritma yang sering digunakan sebagai pembangkit variabel random dalam MCMC adalah *Gibbs Sampling* (Gelman dkk, 2014). *Gibbs sampling* dapat didefinisikan sebagai suatu teknik simulasi untuk membangkitkan variabel random dari suatu fungsi distribusi tertentu tanpa harus menghitung fungsi densitasnya (Casella dan George, 1992).

*Gibbs sampler* merupakan generator yang sangat efisien sehingga sering digunakan sebagai generator variabel random pada analisis data yang menggunakan MCMC. Proses ini dilakukan dengan mengambil sampel dengan cara

membangkitkan rangkaian *gibbs* variabel random berdasarkan sifat-sifat dasar proses *Markov Chain*. Dalam menjalankan program yang menggunakan rantai *markov* dilakukan pada kondisi bersyarat penuh. Ini merupakan salah satu kelebihan dari *Gibbs sampling* karena variabel random tersebut dibangkitkan dengan menggunakan konsep distribusi unidimensional yang terstruktur sebagai distribusi *full conditional*. *Gibbs sampling* sangat berguna dalam mengestimasi suatu parameter dalam suatu model kompleks yang mempunyai tingkat kerumitan dalam proses integritasi yang kompleks pula dan sulit diselesaikan secara analitis.

Ntzoufras (2009) menjelaskan algoritma *Gibbs Sampling* sebagai berikut,

1. Tetapkan nilai awal parameter  $\boldsymbol{\theta}$  pada  $t = 0$ , sehingga  $\boldsymbol{\theta}^{(0)} = (\theta_1^{(0)} \dots \theta_d^{(0)})^T$ .
2. Untuk  $t = 1, \dots, M$ , ulangi langkah:
  - a. Tentukan  $\boldsymbol{\theta} = \boldsymbol{\theta}^{(t-1)}$ .
  - b. Untuk  $s = 1, 2, \dots, d$ , update  $\theta_s$  dari  $\theta_s \sim f(\theta_s | \boldsymbol{\theta}_{\setminus s}, \mathbf{y})$ .
  - c. Tentukan  $\boldsymbol{\theta}^{(t)} = \boldsymbol{\theta}$  dan gunakan untuk membangkitkan iterasi ke  $t+1$ .

Berikut adalah proses *sampling* untuk mendapatkan nilai  $\boldsymbol{\theta}^{(t)}$ ,

$\theta_1^{(t)}$  dari  $f(\theta_1 | \theta_2^{(t-1)}, \theta_3^{(t-1)}, \dots, \theta_d^{(t-1)}, \mathbf{y})$ ,

$\theta_2^{(t)}$  dari  $f(\theta_2 | \theta_1^{(t)}, \theta_3^{(t-1)}, \dots, \theta_d^{(t-1)}, \mathbf{y})$ ,

$\vdots$

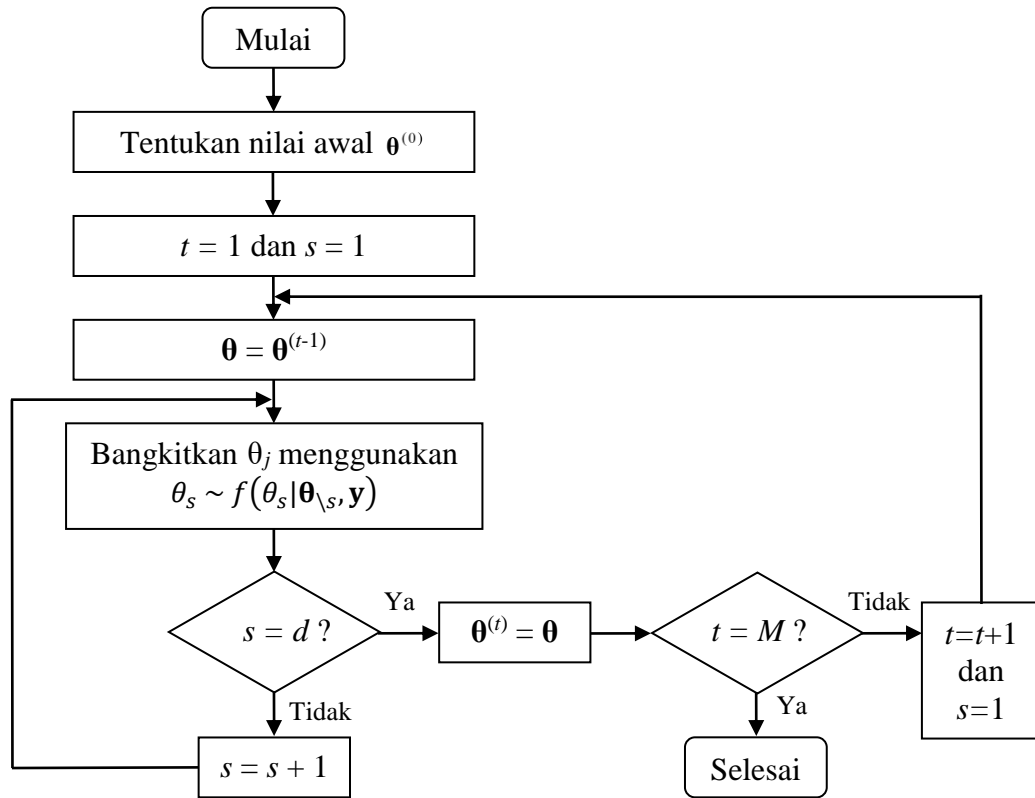
$\theta_s^{(t)}$  dari  $f(\theta_s | \theta_1^{(t)}, \theta_2^{(t-1)}, \dots, \theta_{s-1}^{(t)}, \theta_{s+1}^{(t-1)}, \dots, \theta_d^{(t-1)}, \mathbf{y})$ ,

$\vdots$

$\theta_d^{(t)}$  dari  $f(\theta_d | \theta_1^{(t)}, \theta_2^{(t)}, \dots, \theta_{d-1}^{(t-1)}, \mathbf{y})$ .

Pembangkitan nilai dari  $f(\theta_s | \boldsymbol{\theta}_{\setminus s}, \mathbf{y}) = f(\theta_s | \theta_1^{(t)}, \theta_2^{(t-1)}, \dots, \theta_{s-1}^{(t)}, \theta_{s+1}^{(t-1)}, \dots, \theta_d^{(t-1)}, \mathbf{y})$ .

adalah relatif mudah karena merupakan distribusi univariat dan dapat ditulis sebagai,  $f(\theta_s | \boldsymbol{\theta}_{\setminus s}, \mathbf{y}) \propto f(\boldsymbol{\theta} | \mathbf{y})$ , di mana semua variabel lain kecuali  $\theta_j$  adalah konstan. Algoritma *Gibbs Sampling* dijelaskan dengan lebih sederhana melalui diagram alur pada Gambar 2.2 (Ismartini, 2013).



Gambar 2.2 Diagram Alur Algoritma Gibbs Sampling

### 2.3 Model Hirarki dengan Pendekatan Bayesian

Raudenbush dan Bryk (2002) menyatakan bahwa secara umum, proses pembentukan model hirarki Bayes dua tingkat diawali dengan membentuk model mikro sesuai persamaan (2.1) sebagai *likelihood* yang menggambarkan distribusi data observasi dari struktur data tingkat satu yang memiliki parameter  $\beta$  dan  $\Omega$ , dengan  $\Omega = \text{Var}(\mathbf{y})$  dan fungsi *likelihood* adalah  $f_L(\mathbf{y}|\beta, \Omega)$ .

Dalam sudut pandang Bayesian, data yang akan diamati timbul sebagai akibat dari distribusi probabilitas yang didefinisikan oleh parameter yang tidak diketahui. Oleh karena itu, distribusi *prior* dari seluruh parameter tersebut perlu ditentukan sebelum estimasi dilakukan. Penentuan *prior* dari parameter tersebut dilakukan secara bertingkat yaitu *two stage prior* (untuk model hirarki dua tingkat). Penentuan *stage-1 prior* berdasarkan model makro sesuai persamaan (2.2). *Stage-1 prior* ini dinyatakan dalam notasi  $p_1(\beta|\gamma, \mathbf{T})$  dengan  $\gamma$  adalah matriks koefisien regresi model makro dengan elemen  $\gamma_{qr}$  dan  $\mathbf{T}$  adalah matriks *varians*

covarians  $u_{rj}$ .

Tahapan berikutnya adalah menentukan *Stage-2 prior* yaitu *prior* untuk parameter lainnya yaitu  $\gamma$ ,  $\Omega$ , dan  $\mathbf{T}$ . *Stage-2 prior* tersebut dinotasikan dengan adalah  $p_2(\gamma, \Omega, \mathbf{T})$ . *Prior* ini selanjutnya akan digunakan untuk mendapatkan *posterior* dari parameter-parameter model hirarki Bayes dua tingkat. Bentuk distribusi *posterior* bersama untuk model hirarki dua tingkat merupakan perkalian dari fungsi *Likelihood*, *stage-1 prior* dan *stage-2 prior* serta proporsional terhadap fungsi densitas yang dituliskan sebagai berikut:

$$p(\beta, \gamma, \Omega, \mathbf{T}|\mathbf{y}) = \frac{f_L(\mathbf{y}|\beta, \Omega)p_1(\beta|\gamma, \mathbf{T})p_2(\gamma, \Omega, \mathbf{T})}{h(\mathbf{y})}, \quad (2.7)$$

dengan  $h(\mathbf{y})$  adalah fungsi distribusi marginal dari  $\mathbf{y}$  yang diperoleh berdasarkan persamaan berikut:

$$h(\mathbf{y}) = \int \dots \int f_L(\mathbf{y}|\beta, \Omega)p_1(\beta|\gamma, \mathbf{T})p_2(\gamma, \Omega, \mathbf{T}) \partial\beta_{01} \dots \partial\beta_{km} \partial\gamma_{00} \dots \partial\gamma_{lk} \partial\sigma_{[y]11} \dots \partial\sigma_{[y]mm} \partial\sigma_{[u]o11} \dots \partial\sigma_{[u]rmm} \quad (2.8)$$

$h(\mathbf{y})$  adalah konstanta densitas. Sehingga distribusi *posterior* bersama merupakan fungsi yang proporsional terhadap perkalian dari *Likelihood* data, *stage-1 prior* dan *stage-2 prior* dan dapat dituliskan sebagai berikut:

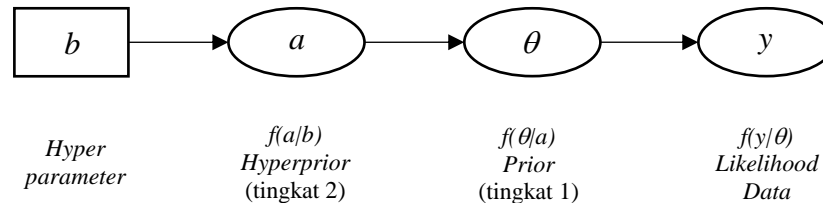
$$p(\beta, \gamma, \Omega, \mathbf{T}|\mathbf{y}) \propto f_L(\mathbf{y}|\beta, \Omega)p_1(\beta|\gamma, \mathbf{T})p_2(\gamma, \Omega, \mathbf{T}). \quad (2.9)$$

## 2.4 WinBUGS

WinBUGS adalah *software* berbasis bahasa pemrograman yang digunakan untuk menghasilkan sampel acak dari distribusi posterior parameter model Bayesian (Ntzoufras, 2009). *User* hanya perlu menentukan data, struktur model, dan beberapa nilai awal parameter model. WinBUGS merupakan perluasan dari BUGS (*Bayesian Inference Using Gibbs Sampling*) yang didesain berbasis windows dan merupakan *open source software*.

Tujuan awal dari WinBUGS adalah untuk mengembangkan *software* yang dapat menghasilkan distribusi posterior parameter model menggunakan MCMC. Model tersebut dapat dispesifikasi dalam WinBUGS menggunakan *code* yang relatif sederhana. *Code* dalam WinBUGS mirip dengan bahasa pemrograman yang digunakan dalam *software* Splus dan R. WinBUGS juga menyediakan kemudahan

dalam membangun *code* yaitu melalui menu *Doodle interface*. Menu ini berguna untuk mengidentifikasi struktur model dengan menggambar struktur grafis, biasa dikenal dengan *Directed Acyclic Graph* (DAG). WinBUGS ini secara otomatis menghasilkan *code* model sesuai struktur grafis DAG yang telah dibuat.



Gambar 2.3 Representasi Grafis dari *Prior*, *Hyperprior*, *Parameter*, dan *Hyperparameter* pada Model Hirarki Bayesian

DAG disusun dengan dua *node* yang berbeda yaitu kotak dan oval. *Node* kotak menunjukkan nilai parameter yang konstan dan *node* oval menunjukkan komponen stokastik dalam model. Gambar 2.3 memperlihatkan bahwa data  $Y$  mempunyai distribusi dengan parameter  $\theta$ . Distribusi prior pada tingkat 1 adalah  $f(\theta/a)$ , sementara distribusi *prior* pada tingkat 2 adalah  $f(a/b)$  yang biasa dikenal *hyperprior*. Sedangkan  $a$  dan  $b$ , masing-masing adalah parameter dan *hyperparameter*.

## 2.5 Uji Kolmogorov-Smirnov

Tahapan awal yang perlu dilakukan dalam sebuah penelitian adalah mengetahui distribusi data dari variabel respon melalui uji *goodness of fit*. Salah satu metode yang bisa digunakan yaitu metode uji Kolmogorov-Smirnov. Uji Kolmogorov-Smirnov adalah uji statistik yang digunakan untuk mengetahui distribusi dari suatu data. Cara kerja metode ini adalah membandingkan fungsi distribusi kumulatif (CDF) empiris,  $F_n(y_i)$ , dengan CDF hipotesa,  $\hat{F}(y)$ .

Jika  $Y_1, Y_2, \dots, Y_n$  adalah order statistik dari variabel random independen yang berdistribusi sesuai hipotesa,  $\hat{F}(y)$ , dan CDF empiris didefinisikan sebagai berikut:

$$F_n(y_i) = \frac{\text{Banyaknya data } Y_i \leq y_i}{n}, \text{ untuk } i = 1, 2, \dots, b < n.$$

Setiap nilai  $F_n(y_i)$  akan dibandingkan dengan nilai distribusi hipotesa  $\hat{F}(y)$ . Selanjutnya statistik uji yang digunakan adalah jarak vertikal terbesar (maksimum) antara  $F_n(y_i)$  dan  $\hat{F}(y)$  yang dinotasikan dengan  $D_n$ , dan dinyatakan dengan (Lehman dan Romano, 2005):

$$D_n = \sup_y \left\{ \left| F_n(y_i) - F(y) \right| \right\}, \quad (2.10)$$

dengan hipotesis yang digunakan adalah,

$H_0$  : data  $Y$  adalah variabel random independen yang berdistribusi sesuai dengan distribusi  $\hat{F}(y)$

$H_1$  : data  $Y$  adalah variabel random independen yang tidak berdistribusi sesuai dengan distribusi  $\hat{F}(y)$ .

Kriteria pengambilan keputusannya adalah  $H_0$  akan ditolak jika  $D_n > d_n$ , dengan  $d_n$  adalah nilai dari tabel Kolmogorov-Smirnov atau  $p\text{-value} < \alpha$ .

## 2.6 Distribusi Gamma Tiga Parameter

Johnson, Kotz, dan Balakrishnan (1995) menjelaskan jika  $Y_1, Y_2, \dots, Y_n$ , adalah sampel acak dari suatu populasi yang berdistribusi Gamma tiga parameter (Gamma3), maka akan mempunyai bentuk pdf sebagai berikut :

$$f(y | \alpha, \phi, \lambda) = \frac{\phi^\alpha (y - \lambda)^{\alpha-1}}{\Gamma(\alpha)} \exp[-\phi(y - \lambda)], \quad \alpha > 0, \phi > 0, y > \lambda \quad (2.11)$$

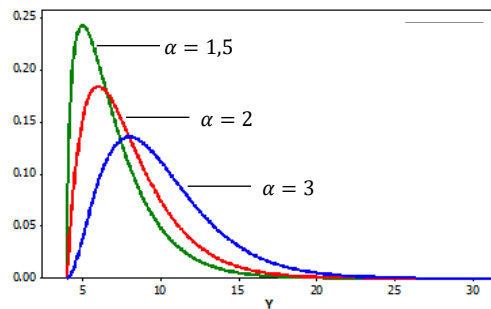
dengan  $\alpha$  adalah parameter *shape*,  $\phi$  adalah parameter *scale* dari distribusi. Sementara  $\lambda$  adalah parameter *location* atau *threshold*. Jika  $\lambda = 0$ , maka  $Y$  akan berdistribusi Gamma dua parameter yang dinotasikan dengan  $\text{Gamma}(\alpha, \phi)$ .

Basak dan Balakrishnan (2012) menuliskan bahwa *mean* dan *variance* dari distribusi Gamma tiga parameter adalah:

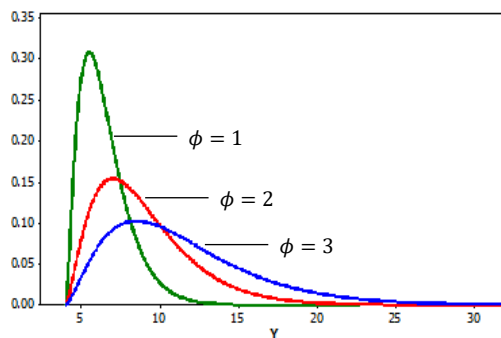
$$E(Y) = \lambda + \frac{\alpha}{\phi},$$

$$\text{Var}(Y) = \frac{\alpha}{\phi^2}.$$

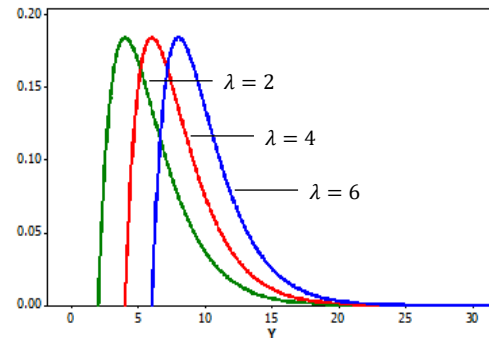
Parameter *threshold* dalam persamaan (2.8) menunjukkan pergeseran lokasi dari distribusi Gamma. Parameter ini tidak mempengaruhi *variance* dan bentuk distribusinya. Pengaruh variasi nilai ketiga parameter pada distribusi Gamma tiga parameter diilustrasikan pada Gambar 2.4, Gambar 2.5, dan Gambar 2.6.



a. Variasi pada Parameter *Shape*



b. Variasi pada Parameter *Scale*



c. Variasi pada Parameter *Threshold*

Gambar 2.4 Bentuk Plot PDF Distribusi Gamma Tiga Parameter dengan Variasi Nilai Parameter

Distribusi Gamma telah banyak dimanfaatkan di berbagai bidang, misal dalam ilmu Fisika, Meteorologi, Ekologi, dan bidang lainnya. Bahkan pada 1974, Salem dan Mount menunjukkan bahwa distribusi Gamma lebih sesuai dibanding distribusi Lognormal untuk menggambarkan data pendapatan penduduk di Amerika Serikat pada tahun 1960 hingga 1969 (Johnson, dkk., 1995).

## 2.7 Credible Interval

*Credible interval* adalah estimasi interval dari parameter yang digunakan dalam metode Bayesian. Estimasi *credible interval* mendefinisikan probabilitas

posterior sehingga parameter terletak dalam interval tersebut (Raudenbush dan Bryk, 2002). Misalnya, peneliti bisa menyimpulkan bahwa parameter yang akan diestimasi terletak di antara dua angka dengan probabilitas posterior 0,95. *Credible interval* dibentuk berdasarkan *highest posterior density* (HPD) (Box dan Tiao, 1973). Dengan demikian *credible interval* dapat digunakan untuk pembuatan selang kepercayaan dari pola data yang tidak simetris (Iriawan, 2012).

Menurut King, dkk (2009), jika  $\theta$  adalah parameter yang akan diestimasi dengan distribusi *posterior*,  $f(\theta|y)$ , maka  $100(1 - \alpha)\%$  *credible interval* untuk  $\theta$  adalah:

$$P(\theta \in [a, b]|y) = \int_a^b f(\theta|y) d\theta = 1 - \alpha, \quad 0 < \alpha < 1. \quad (2.12)$$

Persamaan (2.12) menunjukkan bahwa  $\theta$  adalah variabel random dengan selang yang *fixed*. *Credible interval* tersebut tidak unik sehingga akan ada banyak kemungkinan nilai  $a$  dan  $b$ . *Credible interval* yang unik akan diperoleh jika memenuhi kondisi seperti pada persamaan (2.13).

$$\int_{-\infty}^a f(\theta|y) d\theta = \int_b^{\infty} f(\theta|y) d\theta = \frac{\alpha}{2}, \quad (2.13)$$

dengan batas bawah ( $a$ ) adalah *quantile*  $\frac{\alpha}{2}$  dan batas atas ( $b$ ) adalah *quantile*  $1 - \frac{\alpha}{2}$ .

*Credible interval* dalam metode Bayesian dapat digunakan sebagai uji signifikansi untuk  $\theta$  dengan dasar hipotesis sebagai berikut:

$$H_0 : \theta = 0$$

$$H_1 : \theta \neq 0,$$

Kriteria pengambilan keputusan adalah tolak  $H_0$  terjadi jika *credible interval* tidak mengandung nilai nol (Koop, 2003).

## 2.8 Ukuran Kebaikan Model

Kemungkinan model yang bisa dibangun dalam sebuah penelitian bisa lebih dari satu. Oleh karena itu diperlukan ukuran yang menyatakan bahwa suatu model lebih baik daripada kemungkinan model yang lain. Ukuran kebaikan model yang akan digunakan pada penelitian ini adalah *Deviance Information Criterion* dan Koefisien Determinasi.



### 2.8.1 Deviance Information Criterion (DIC)

DIC adalah ukuran perbandingan dan kebaikan model. Formula penghitungan DIC dapat dituliskan sebagai berikut (Ntzoufras, 2009):

$$DIC = D(\bar{\boldsymbol{\theta}}) + 2P_D, \quad (2.14)$$

di mana  $D(\bar{\boldsymbol{\theta}})$  adalah *deviance* dari *posterior mean* parameter dengan rumus sebagai berikut:

$$D(\bar{\boldsymbol{\theta}}) = -2 \log f(\mathbf{y}|\bar{\boldsymbol{\theta}}),$$

sehingga persamaan (2.14) dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$DIC = -2 \log f(\mathbf{y}|\bar{\boldsymbol{\theta}}) + 2P_D. \quad (2.15)$$

Sedangkan  $P_D$  bisa diinterpretasikan sebagai banyaknya parameter yang efektif dalam model, yang dituliskan dengan persamaan berikut:

$$P_D = \overline{D(\boldsymbol{\theta})} - D(\bar{\boldsymbol{\theta}}).$$

Penentuan model yang lebih layak pada penelitian dilakukan dengan membandingkan nilai DIC dari kemungkinan model yang ada. Model dengan nilai DIC yang lebih kecil mengindikasikan model yang lebih baik untuk menerangkan variasi variabel respon.

### 2.8.2 Koefisien Determinasi ( $R^2$ )

Koefisien determinasi merupakan ukuran seberapa besar kemampuan model untuk menerangkan variasi dari data. Semakin besar nilai  $R^2$  maka mengindikasikan bahwa model semakin baik dalam menjelaskan variasi data. Rencher dan Schaalje (2008) merumuskan perhitungan  $R^2$  sebagai berikut:

$$R^2 = 1 - \frac{SSE}{SST}, \quad (2.16)$$

dengan,

$$SSE = \sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2,$$

$$SST = \sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2.$$

## 2.9 Kajian Non Statistika

### 2.9.1 Pengeluaran per Kapita Rumah Tangga

Pengeluaran rumah tangga adalah pengeluaran untuk konsumsi rumah tangga, yaitu semua barang dan jasa yang diperoleh, dipakai, atau dibayar oleh rumah tangga, tetapi tidak untuk keperluan usaha dan tidak untuk investasi. Beberapa pengeluaran yang tidak termasuk pengeluaran konsumsi rumah tangga antara lain:

1. Pengeluaran untuk usaha
2. Pengeluaran untuk investasi, pembelian tanah, bangunan, surat-surat berharga, menabung dan pembelian barang lainnya untuk investasi.
3. Pengeluaran untuk pesta, denda, judi dan sejenisnya.
4. Pemberian kepada pihak lain, sumbangan dan hilang
5. Pembayaran premi asuransi, kontribusi dana pensiun sedangkan asuransi kerugian masih masuk konsumsi.

Rata-rata pengeluaran per kapita sebulan adalah biaya yang dikeluarkan untuk konsumsi semua anggota rumah tangga selama sebulan dibagi dengan banyaknya anggota rumah tangga (BPS, 2015a). Konsumsi rumah tangga dibedakan atas konsumsi makanan dan bukan makanan tanpa memperhatikan asal barang dan terbatas pada pengeluaran untuk kebutuhan rumah tangga saja. Pengeluaran untuk konsumsi makanan dihitung selama seminggu terakhir, sedangkan konsumsi bukan makanan dihitung sebulan dan setahun terakhir. Baik konsumsi makanan, maupun bukan makanan selanjutnya dikonversikan ke dalam pengeluaran rata-rata sebulan. Secara matematis, formula rata-rata pengeluaran per kapita rumah tangga adalah:

$$Y_{ij} = \frac{EXPEND}{N_{ART}}, \quad (2.17)$$

dengan,

- $Y_{ij}$  = pengeluaran per kapita rumah tangga selama sebulan  
 $EXPEND$  = total pengeluaran rumah tangga selama sebulan  
 $N_{ART}$  = banyaknya anggota rumah tangga (ART).

Rusastra dan Napitupulu (2007) mengungkapkan bahwa konsumsi atau pengeluaran lebih baik dalam memperkirakan standar hidup dibandingkan

pendapatan, karena pendapatan biasanya lebih bervariasi secara signifikan dibandingkan dengan pengeluaran atau konsumsi. Selain itu pendapatan berfluktuasi dari tahun ke tahun, dan pada umumnya naik turun dalam kehidupan seseorang, sementara konsumsi tetap dan relatif stabil. Pola pengeluaran rumah tangga merupakan salah satu indikator yang dapat digunakan untuk mengukur kesejahteraan ekonomi penduduk.

### 2.9.2 Faktor-Faktor yang Mempengaruhi Pengeluaran per Kapita Rumah Tangga

Pengeluaran rumah tangga ataupun pengeluaran per kapita rumah tangga secara luas telah banyak diimplementasikan sebagai variabel respon dalam analisis kemiskinan dan kesejahteraan. Sementara untuk variabel prediktor menggunakan faktor-faktor yang mendeterminasi perbedaan pengeluaran (*inequality expenditure*) rumah tangga. J. Haughton dan Khandker (2009) mejabarkan bahwa faktor-faktor tersebut mencakup karakteristik wilayah, komunitas, rumah tangga dan individu (secara rinci dituangkan pada Tabel 2.1).

Tabel 2.1 Faktor-Faktor yang Mempengaruhi Perbedaan Pengeluaran antar Rumah Tangga

Karakteristik	Penjelasan
Wilayah	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Isolasi/keterpencilan mencakup infrastruktur yang kurang dan akses yang sulit ke layanan publik seperti pasar</li> <li>– Sumber daya dasar mencakup ketersediaan dan luas lahan</li> <li>– Cuaca seperti angin topan, kemarau panjang dan kondisi lingkungan seperti frekuensi gempa bumi</li> <li>– Kebijakan pemerintahan nasional dan daerah</li> <li>– Ketidaksetaraan gender, etnis dan ras</li> </ul>
Komunitas	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Infrastruktur seperti ketersediaan saluran air bersih, akses jalan beraspal</li> <li>– Akses terhadap pekerjaan</li> <li>– Akses pada barang dan jasa publik seperti ketersediaan sekolah dan fasilitas kesehatan</li> <li>– Jaringan sosial</li> </ul>

Tabel 2.1 (Lanjutan)

Karakteristik	Penjelasan
Rumah Tangga	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Ukuran rumah tangga/jumlah ART</li> <li>– Rasio ketergantungan</li> <li>– Jenis kelamin kepala rumah tangga (KRT)</li> <li>– Kepemilikan aset seperti tanah/lahan, rumah, perhiasan dan sejenisnya</li> <li>– Struktur pekerjaan seperti proporsi ART dewasa yang bekerja, jenis pekerjaan</li> <li>– Struktur pendapatan seperti nilai pendapatan, transfer, remitansi</li> <li>– Rata-rata tingkat kesehatan dan pendidikan ART</li> </ul>
Individu	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Umur</li> <li>– Pendidikan</li> <li>– Status pekerjaan</li> <li>– Status kesehatan</li> <li>– Etnis/ras</li> </ul>

Chaudhry, Malik, dan ul Hassan (2009) juga menjabarkan dengan lebih detail mengenai karakteristik individu atau rumah tangga yang berdampak pada tingkat kesejahteraan rumah tangga (dalam hal ini pengeluaran rumah tangga) adalah:

### **Karakteristik Demografi**

Karakteristik demografi meliputi struktur dan ukuran rumah tangga dan rasio ketergantungan.

- a. Struktur Rumah Tangga, komposisi rumah tangga dalam bentuk ukuran rumah tangga dan karakteristik anggota rumah tangga (seperti umur) sering berbeda antara rumah tangga yang satu dengan yang lainnya.
- b. Rasio Ketergantungan, didefinisikan sebagai rasio jumlah anggota rumah tangga yang bukan angkatan kerja (baik muda maupun tua) terhadap jumlah anggota rumah tangga yang merupakan angkatan kerja.

### **Karakteristik Ekonomi**

Karakteristik ekonomi mencakup ketenagakerjaan dan kepemilikan harta benda.

- a. Ketenagakerjaan rumah tangga. Ada beberapa indikator untuk menentukan ketenagakerjaan rumah tangga diantaranya adalah tingkat partisipasi angkatan

kerja, tingkat pengangguran terbuka, tingkat pengangguran setengah terbuka, dan jenis pekerjaan.

- b. Kepemilikan harta benda, berupa kepemilikan barang-barang yang bernilai sangat besar (tanah, peternakan, peralatan pertanian, bangunan, dan barang-barang tahan lama lainnya) dan kepemilikan aset finansial (aset yang mudah diuangkan, tabungan dan aset finansial lain). Indikator tersebut mencerminkan kepemilikan inventaris kekayaan rumah tangga yang mempengaruhi arus pendapatan dan pengeluaran rumah tangga.

### **Karakteristik Sosial**

Karakteristik sosial yang berkaitan dengan kemiskinan mencakup kesehatan, pendidikan, dan tempat tinggal.

- a. Kesehatan dalam rumah tangga, meliputi status gizi, status penyakit, ketersediaan pelayanan kesehatan dan penggunaan pelayanan-pelayanan kesehatan tersebut oleh rumah tangga.
- b. Pendidikan, indikator ini mencakup mencakup tingkat pendidikan anggota rumah tangga, ketersediaan pelayanan pendidikan dan penggunaan pelayanan pendidikan tersebut oleh rumah tangga.
- c. Tempat tinggal. Tiga indikator yang digunakan untuk mengevaluasi kondisi tempat tinggal yaitu perumahan, pelayanan, dan lingkungan. Indikator perumahan mencakup ukuran dan jenis bangunan, status tempat tinggal (sewa atau milik sendiri), dan jenis perlengkapan rumah tangga. Indikator pelayanan meliputi ketersediaan dan penggunaan air minum, jasa komunikasi, listrik, bahan bakar, dan sumber energi lain. Sedangkan indikator lingkungan meliputi tingkat sanitasi, tingkat isolasi (ketersediaan akses jalan, lamanya waktu tempuh dan tersedianya transportasi ke tempat kerja) dan tingkat keamanan.

Aeni (2009) dalam penelitiannya menggunakan variabel status perkawinan kepala rumah tangga (KRT), jenis kelamin KRT, umur KRT, tingkat pendidikan KRT, jumlah anggota rumah tangga, lapangan usaha rumah tangga, status pekerjaan utama KRT, dan kegiatan utama KRT. Variabel-variabel tersebut digunakan untuk mengklasifikasikan kesejahteraan rumah tangga. Hasil penelitian menunjukkan secara garis besar lapangan pekerjaan utama rumah tangga di sektor pertanian,

rendahnya pendidikan kepala rumah tangga serta banyaknya anggota rumah tangga merupakan faktor utama yang menyebabkan rendahnya kesejahteraan suatu rumah tangga.

Sekhampu dan Niyimbanira (2013) meneliti tentang faktor-faktor sosial-ekonomi rumah tangga yang mempengaruhi pola pengeluaran rumah tangga. Hasil penelitian tersebut menunjukkan bahwa pendapatan rumah tangga, banyaknya anggota rumah tangga, banyaknya anggota rumah tangga yang bekerja, status pekerjaan dan pendidikan kepala rumah tangga pengaruh positif yang cukup besar pada pengeluaran rumah tangga. Sementara status perkawinan rumah tangga menunjukkan pengaruh negatif pada pengeluaran rumah tangga.

## BAB 3

### METODOLOGI PENELITIAN

#### 3.1 Sumber Data

Data yang digunakan dalam penelitian ini bersumber dari BPS dengan rincian sebagai berikut:

1. Data mikro sekunder dari Survei Sosial Ekonomi Nasional (Susenas) tahun 2015 untuk data pengeluaran per kapita dan karakteristik rumah tangga.
2. Data mikro dari Potensi Desa (Podes) 2014 dan publikasi BPS untuk data karakteristik wilayah kabupaten/kota.

Pada penelitian dengan metode hirarki dua tingkat, maka unit observasi terbagi ke dalam dua tingkat. Unit observasi pada tingkat pertama adalah 3.749 rumah tangga sampel Susenas di Provinsi Maluku Utara pada tahun 2015, dengan distribusi sampel menurut kabupaten/kota seperti pada Tabel 3.1. Sedangkan unit observasi pada tingkat kedua adalah sepuluh kabupaten/kota di Provinsi Maluku Utara. Skema struktur hirarki data sebagaimana yang dijelaskan pada Gambar 2.1 dan dirinci pada Tabel 3.3.

Tabel 3.1 Jumlah Rumah Tangga Sampel Susenas menurut Kabupaten/Kota di Maluku Utara Tahun 2015

No	Kabupaten/Kota ( <i>j</i> )	Jumlah Sampel ( <i>n<sub>j</sub></i> )
1.	Halmahera Barat	390
2.	Halmahera Tengah	289
3.	Kepulauan Sula	366
4.	Halmahera Selatan	404
5.	Halmahera Utara	432
6.	Halmahera Timur	373
7.	Pulau Morotai	302
8.	Pulau Taliabu	268
9.	Kota Ternate	497
10	Kota Tidore Kepulauan	428
	<b>Provinsi Maluku Utara</b>	<b>3.749</b>

### **3.2 Variabel Penelitian**

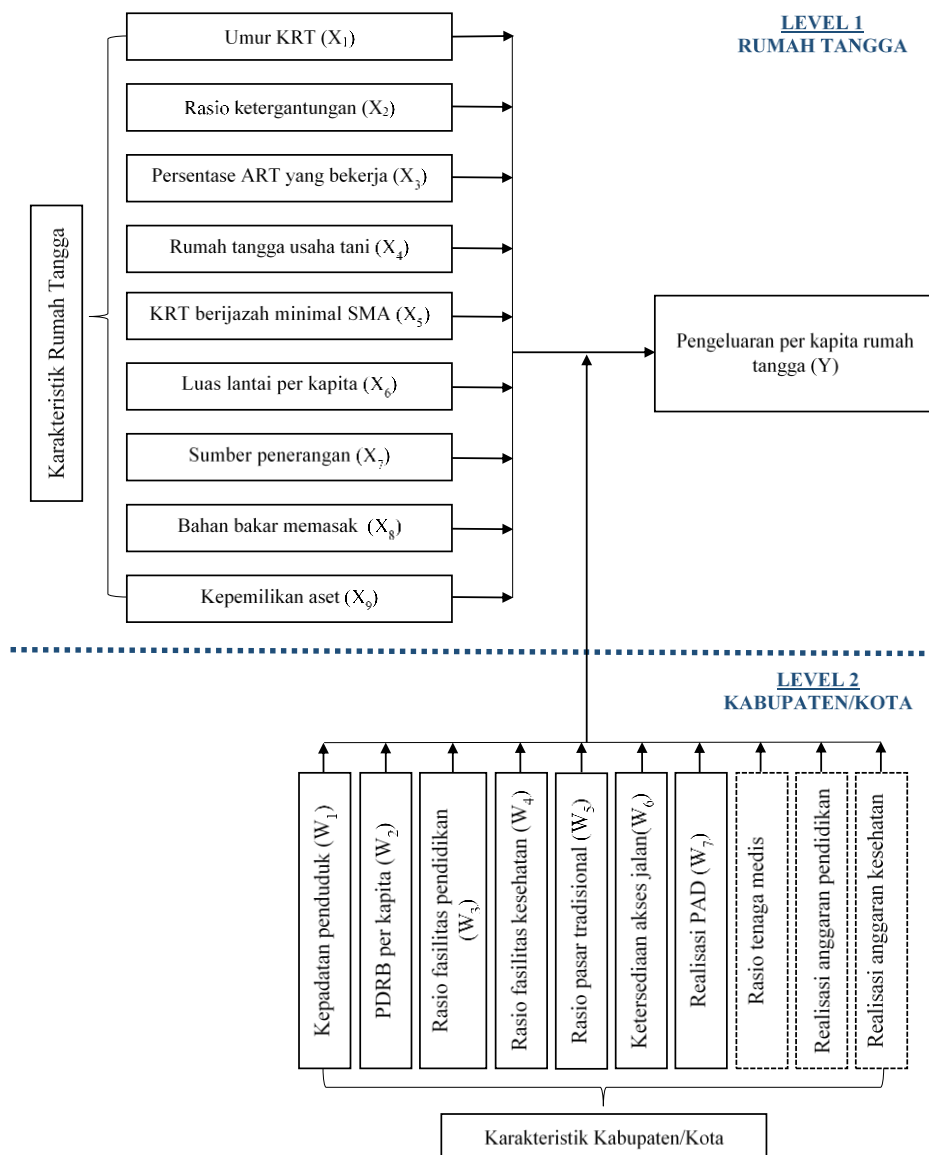
Berdasarkan kajian teori diketahui bahwa perbedaan pengeluaran rumah tangga dipengaruhi oleh karakteristik wilayah, komunitas, rumah tangga dan individu. Terkait dengan implementasi model hirarki dua tingkat pada penelitian ini, variabel-variabel karakteristik wilayah dan komunitas diukur pada tingkat 2 (karakteristik kabupaten/kota) serta variabel-variabel karakteristik rumah tangga dan individu diukur pada tingkat 1 (karakteristik rumah tangga). Perbedaan karakteristik antar rumah tangga secara langsung akan mempengaruhi pola pengeluaran dan besar kecilnya pengeluaran rumah tangga yang bersangkutan. Pada sisi lain, hubungan karakteristik rumah tangga dan pengeluaran rumah tangga dipengaruhi oleh faktor-faktor di luar rumah tangga. Faktor-faktor tersebut dicerminkan oleh karakteristik kabupaten/kota. Visualisasi pola hubungan tersebut disajikan pada Gambar 3.1.

Karakteristik demografi pada penelitian ini digambarkan oleh umur KRT dan rasio ketergantungan. Kedua variabel mempunyai hubungan negatif terhadap pengeluaran per kapita. KRT yang bekerja dan jenis rumah tangga pertanian digunakan untuk menggambarkan struktur ekonomi rumah tangga. Pada beberapa penelitian, dua variabel ini menunjukkan hubungan yang signifikan terhadap pengeluaran per kapita. Kepemilikan aset oleh rumah tangga juga disertakan untuk menggambarkan karakteristik ekonomi rumah tangga. Tingkat pendidikan dalam rumah tangga yang dianggap mempengaruhi pengeluaran per kapita rumah tangga direpresentasikan oleh KRT yang berijazah minimal SMA. Sedangkan karakteristik perumahan/tempat tinggal meliputi luas lantai per kapita, sumber penerangan, dan bahan bakar memasak. Tingkat pendidikan dan karakteristik tempat tinggal digunakan untuk menggambarkan karakteristik sosial rumah tangga. Kesembilan variabel tersebut merepresentasikan karakteristik rumah tangga yang mempunyai pengaruh pada pengeluaran per kapita rumah tangga di kabupaten/kota se-Maluku Utara.

Sementara untuk karakteristik kabupaten/kota, ketersediaan infrastruktur atau fasilitas pendidikan, puskesmas/pustu, dan pasar tradisional menjadi variabel prediktor yang menggambarkan karakteristik komunitas. Selain itu, aksesibilitas transportasi yang menggambarkan ketersediaan akses jalan, digunakan persentase



desa dengan jalan yang bisa dilalui kendaraan roda empat sepanjang tahun. Tidak sedikit jalan di Maluku Utara yang hanya bisa dilalui kendaraan roda empat hanya pada musim kemarau saja, sehingga menghambat roda perekonomian. Pada akhirnya akan menimbulkan perbedaan pola pengeluaran per kapita rumah tangga antar kabupaten/kota. Sementara karakteristik wilayah digambarkan oleh kepadatan penduduk, pertumbuhan ekonomi (PDRB per kapita), persentase PAD terhadap total pendapatan daerah. Keseluruhan variabel ini mencerminkan karakteristik kabupaten/kota.



Gambar 3.1 Kerangka Konseptual Penelitian

Variabel-variabel prediktor yang digunakan pada penelitian ini dipilih dengan mempertimbangkan literatur, penelitian terdahulu, ketersediaan data, dan karakteristik daerah penelitian. Variabel rasio tenaga medis tidak digunakan dalam penelitian karena untuk dimensi kesehatan sudah terwakili oleh variabel rasio fasilitas kesehatan. Menurut Arpino dan Aassve (2007) satu dimensi diusahakan diwakili oleh satu variabel. Hal ini untuk menghindari adanya korelasi antar variabel. Sedangkan untuk realisasi anggaran berdasarkan fungsi pendidikan dan kesehatan, data tidak tersedia. Dua data ini masih dalam proses pengolahan oleh Direktorat Jenderal Perimbangan Keuangan (DJPK). Variabel penelitian secara rinci disajikan pada Tabel 3.2.

Tabel 3.2 Variabel Penelitian

Var	Deskripsi	Skala Data	Keterangan
Y	Pengeluaran per kapita rumah tangga sebulan	Kontinyu	-
X <sub>1</sub>	Umur KRT	Kontinyu	-
X <sub>2</sub>	Rasio ketergantungan rumah tangga	Kontinyu	-
X <sub>3</sub>	KRT bekerja	Kategori	1 = ya 0 = tidak
X <sub>4</sub>	Rumah tangga usaha tani	Kategori	1 = ya 0 = tidak
X <sub>5</sub>	Ijazah tertinggi KRT	Kategori	1 = SMA ke atas 0 = SMP ke bawah
X <sub>6</sub>	Luas lantai per kapita	Kontinyu	-
X <sub>7</sub>	Sumber penerangan rumah tangga	Kategori	1 = listrik 0 = selain listrik
X <sub>8</sub>	Bahan bakar memasak rumah tangga	Kategori	1 = selain kayu 0 = kayu
X <sub>9</sub>	Kepemilikan aset oleh rumah tangga	Kategori	1 = ya 0 = tidak
W <sub>1</sub>	Kepadatan penduduk	Kontinyu	-
W <sub>2</sub>	PDRB per kapita (juta rupiah)	Kontinyu	-
W <sub>3</sub>	Rasio fasilitas pendidikan per 1000 penduduk usia sekolah	Kontinyu	-
W <sub>4</sub>	Rasio puskesmas/pustu per 100.000 penduduk	Kontinyu	-
W <sub>5</sub>	Rasio pasar tradisional per 100.000 penduduk	Kontinyu	-

Tabel 3.2 (Lanjutan)

Var	Deskripsi	Skala Data	Keterangan
W <sub>6</sub>	Persentase desa dengan jalan yang bisa dilalui kendaraan roda empat sepanjang tahun	Kontinyu	-
W <sub>7</sub>	Persentase PAD terhadap total pendapatan daerah	Kontinyu	-

Definisi operasional variabel penelitian yaitu:

1. Pengeluaran per kapita rumah tangga sebulan (Y), adalah total pengeluaran rumah tangga sebulan dibagi dengan banyaknya anggota rumah tangga (ART). Pengeluaran didefinisikan pengeluaran untuk kebutuhan rumah tangga/anggota rumah tangga saja, tidak termasuk konsumsi/pengeluaran untuk keperluan usaha rumah tangga, atau yang diberikan kepada pihak/orang lain.
2. Umur KRT (X<sub>1</sub>), yaitu umur kepala rumah tangga (KRT) pada ulang tahun yang terakhir. Perhitungan umur didasarkan pada kalender Masehi dengan pembulatan ke bawah.
3. Rasio ketergantungan rumah tangga (X<sub>2</sub>), yaitu perbandingan antara jumlah ART berumur 0-14 tahun ditambah dengan jumlah ART 65 tahun ke atas (kelompok usia bukan angkatan kerja) dibandingkan dengan jumlah penduduk usia 15-64 tahun (angkatan kerja).
4. KRT bekerja (X<sub>3</sub>), yaitu KRT dianggap bekerja jika melakukan kegiatan/pekerjaan dengan maksud untuk memperoleh atau membantu memperoleh pendapatan paling sedikit satu jam terus-menerus dalam seminggu yang lalu pada masa pencacahan. Termasuk bekerja jika KRT sebagai pekerja keluarga tanpa upah yang membantu dalam suatu usaha/kegiatan ekonomi serta KRT yang mempunyai pekerjaan tetapi sementara tidak bekerja.
5. Rumah tangga usaha tani (X<sub>4</sub>), yaitu rumah tangga dengan minimal satu ART di dalamnya yang mengusahakan pertanian.
6. Ijazah tertinggi KRT (X<sub>5</sub>), yaitu jenjang pendidikan tertinggi yang ditamatkan oleh KRT.

7. Luas lantai per kapita ( $X_6$ ), yaitu luas lantai rumah tempat tinggal dibagi jumlah anggota rumah tangga (ART) dengan satuan  $m^2/jiwa$ .
8. Sumber penerangan rumah tangga ( $X_7$ ), yaitu sumber penerangan utama yang digunakan oleh rumah tangga, meliputi listrik PLN/non PLN dan bukan listrik (petromak, aladin, pelita, sentir, obor, lilin, karbit, biji jarak, kemiri, dan lain-lain).
9. Bahan bakar memasak rumah tangga ( $X_8$ ), yaitu bahan bakar/energi yang paling banyak digunakan untuk memasak yang meliputi listrik, elpiji/*blue gaz*, minyak tanah serta kayu bakar.
10. Kepemilikan aset oleh rumah tangga ( $X_9$ ), yaitu rumah tangga dianggap memiliki aset jika memiliki/menguasai minimal satu aset yang meliputi tabung gas 5,5 kg atau lebih, lemari es/kulkas, AC, pemanas air (*water heater*), telepon rumah (PSTN), komputer/laptop, emas/perhiasan (minimal 10 gram), sepeda motor, perahu, perahu motor, dan mobil.
11. Kepadatan penduduk ( $W_1$ ), yaitu luas wilayah kabupaten dibagi dengan jumlah penduduk di wilayah tersebut.
12. PDRB per kapita ( $W_2$ ), yaitu Produk Domestik Regional Bruto (PDRB) berdasarkan harga berlaku dalam jutaan rupiah dibagi jumlah penduduk.
13. Rasio fasilitas pendidikan per 1000 penduduk usia sekolah ( $W_3$ ), yaitu jumlah fasilitas pendidikan (SD, SMP, dan SMA) dibagi jumlah penduduk usia sekolah (7-18 tahun) dikali 1000.
14. Rasio puskesmas/pustu per 100.000 penduduk ( $W_4$ ), yaitu jumlah puskesmas/pustu dibagi jumlah penduduk dikali 100.000.
15. Rasio pasar tradisional per 100.000 penduduk ( $W_5$ ), yaitu jumlah pasar tradisional (dengan bangunan permanen, semipermanen ataupun tanpa bangunan) dibagi jumlah penduduk dikali 100.000.
16. Persentase desa dengan jalan yang bisa dilalui kendaraan roda empat sepanjang tahun ( $W_6$ ), yaitu banyaknya desa yang mempunyai jalan yang bisa dilalui kendaraan roda empat sepanjang tahun dibagi jumlah desa dikali 100.
17. Persentase Pendapatan Asli Daerah (PAD) terhadap total pendapatan daerah ( $W_7$ ), yaitu PAD dibagi total pendapatan daerah dikali 100. Pendapatan daerah terdiri dari komponen pendapatan asli daerah, dana perimbangan, dan lain-lain

pendapatan daerah yang sah (hibah, dana bagi hasil daerah lain, dan lain-lain). Indikator ini mengukur tingkat kemandirian daerah dalam mendanai belanjanya dengan PAD.

Seperti dijelaskan sebelumnya, pada pembentukan model hirarki dua tingkat untuk pengeluaran rata-rata per kapita, di setiap tingkatan dipengaruhi oleh variabel-variabel prediktor yang berbeda. Tabel 3.3 diberikan untuk merepresentasikan struktur data pada penelitian ini.

Tabel 3.3 Struktur Data Hirarki Dua Tingkat

Kab/Kota (j)	Rumah Tangga (i)	Respon (Y <sub>ij</sub> )	Prediktor Tingkat 1 (X <sub>r</sub> )				Prediktor Tingkat 2 (W <sub>q</sub> )			
			X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	...	X <sub>9</sub>	W <sub>1</sub>	W <sub>2</sub>	...	W <sub>7</sub>
1	1	y <sub>1.1</sub>	x <sub>1.1.1</sub>	x <sub>2.1.1</sub>	...	x <sub>9.1.1</sub>	w <sub>1.1</sub>	w <sub>2.1</sub>	...	w <sub>7.1</sub>
	2	y <sub>2.1</sub>	x <sub>1.2.1</sub>	x <sub>2.2.1</sub>	...	x <sub>9.2.1</sub>				
	⋮	⋮	⋮	⋮	...	⋮				
	n <sub>1</sub>	y <sub>n<sub>1</sub>.1</sub>	x <sub>1.n<sub>1</sub>.1</sub>	x <sub>2.n<sub>1</sub>.1</sub>	...	x <sub>9.n<sub>1</sub>.1</sub>				
2	1	y <sub>1.2</sub>	x <sub>1.1.2</sub>	x <sub>2.1.2</sub>	...	x <sub>9.1.2</sub>	w <sub>1.2</sub>	w <sub>2.2</sub>	...	w <sub>7.2</sub>
	2	y <sub>2.2</sub>	x <sub>1.2.2</sub>	x <sub>2.2.2</sub>	...	x <sub>9.2.2</sub>				
	⋮	⋮	⋮	⋮	...	⋮				
	n <sub>2</sub>	y <sub>n<sub>2</sub>.2</sub>	x <sub>1.n<sub>2</sub>.2</sub>	x <sub>2.n<sub>2</sub>.2</sub>	...	x <sub>9.n<sub>2</sub>.2</sub>				
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	...	⋮	⋮	⋮	...	⋮
10	1	y <sub>1.10</sub>	x <sub>1.1.10</sub>	x <sub>2.1.10</sub>	...	x <sub>9.1.10</sub>	w <sub>1.10</sub>	w <sub>2.10</sub>	...	w <sub>7.10</sub>
	2	y <sub>2.10</sub>	x <sub>1.2.10</sub>	x <sub>2.2.10</sub>	...	x <sub>9.2.10</sub>				
	⋮	⋮	⋮	⋮	...	⋮				
	n <sub>10</sub>	y <sub>n<sub>2</sub>.10</sub>	x <sub>1.n<sub>10</sub>.10</sub>	x <sub>2.n<sub>10</sub>.10</sub>	...	x <sub>9.n<sub>10</sub>.10</sub>				

### 3.3 Metode dan Tahapan Penelitian

Sebelum melakukan tahapan penelitian, terlebih dahulu dilakukan tahap *pre-processing data* yang akan diolah sebagai berikut:

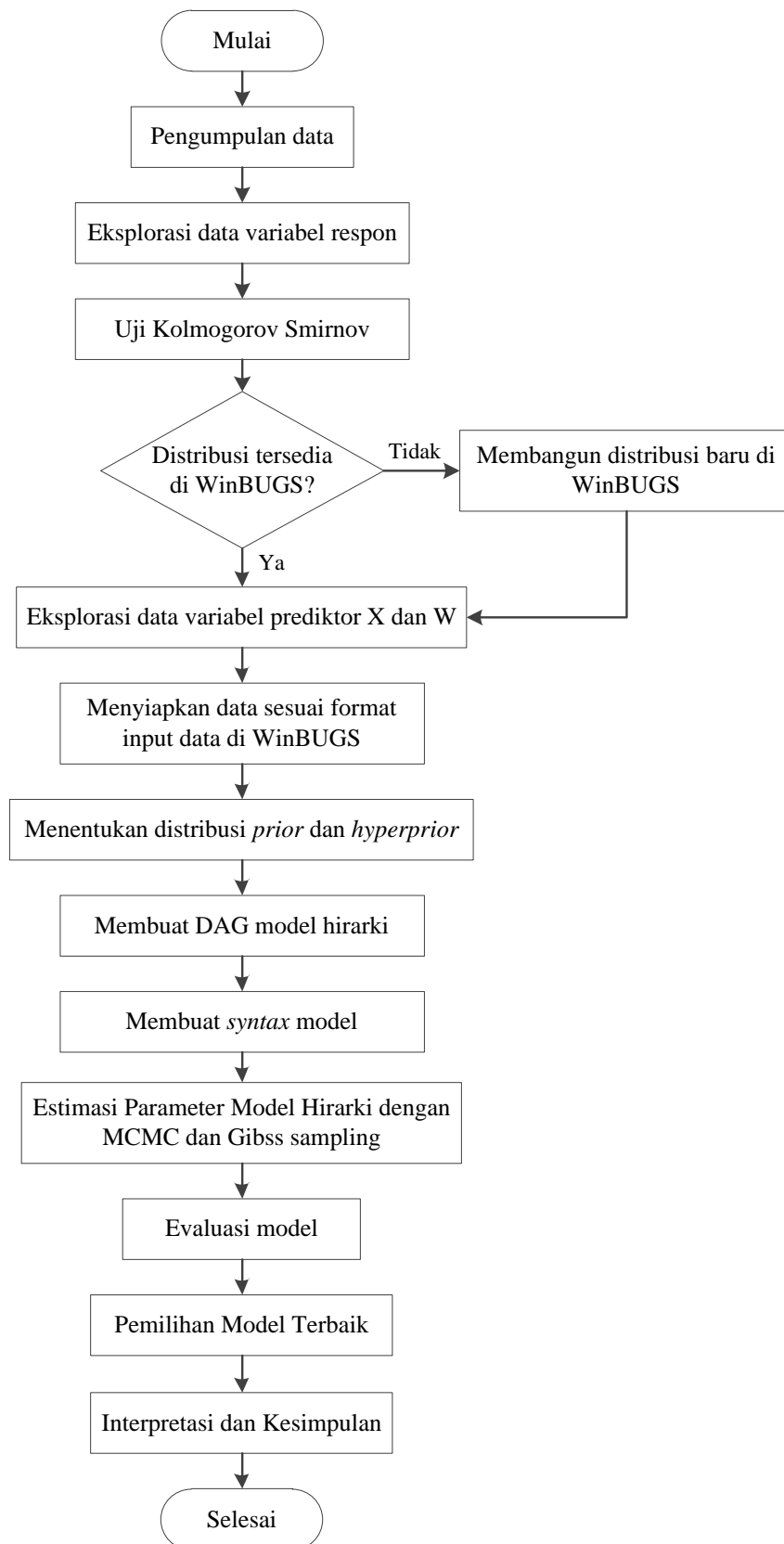
1. Menyiapkan data pengeluaran per kapita setiap rumah tangga di seluruh kabupaten/kota se-Maluku Utara dari data Susenas Modul Konsumsi 2015.
2. Menyiapkan data untuk variabel prediktor tingkat 1 (X<sub>1</sub>-X<sub>9</sub>) per rumah tangga dari data mikro Susenas 2015.
3. Menyiapkan data untuk variabel prediktor tingkat 2 (W<sub>1</sub> dan W<sub>2</sub>) per kabupaten/kota (BPS, 2015b).

4. Menyiapkan data untuk variabel prediktor tingkat 2 ( $W_3$ - $W_6$ ) per kabupaten/kota dari data PODES2014.
5. Menyiapkan data untuk variabel prediktor tingkat 2 ( $W_7$ ) per kabupaten/kota (BPS, 2015c).
6. Menggabungkan data pada tahap ke-3 hingga tahap ke-5 ke dalam satu set data.

Selanjutnya metode dan tahapan penelitian yang akan dilakukan untuk mencapai tujuan penelitian adalah sebagai berikut:

- a) Eksplorasi data variabel penelitian;
  1. Eksplorasi data pengeluaran per kapita menurut kabupaten/kota.
  2. Melakukan uji Kolmogorov Smirnov menggunakan *software* EasyFit pada pengeluaran per kapita rumah tangga menurut kabupaten/kota untuk mengetahui distribusi data.
  3. Jika distribusi yang sesuai dengan hasil tahap ke-2 belum tersedia di WinBUGS, maka dilakukan penambahan *add ins* distribusi tersebut ke dalam WinBUGS. Sebaliknya, jika distribusi telah tersedia maka dilanjutkan ke tahap selanjutnya.
  4. Eksplorasi data variabel prediktor ( $X$ ) menurut kabupaten/kota di Maluku Utara.
- b) Penambahan *add ins* distribusi baru ke dalam Winbugs dengan langkah sebagai berikut:
  1. Mempersiapkan *software* yang akan digunakan (*install* WinBUGS 1.4.x, Blackbox Component Builder, WBDev).
  2. Menyiapkan file yang berisi koneksi penggabungan distribusi ke WinBUGS 1.4.x.
  3. Menyiapkan *template* UnivariateTemplate.odc untuk penambahan distribusi.
  4. Menetapkan input yang diperlukan dalam *template* pada langkah 3, yang terdiri dari:
    - i. Fungsi kepekatan peluang (pdf) distribusi
    - ii. Fungsi log-likelihood dari distribusi
    - iii. Fungsi kumulatif (cdf) distribusi
    - iv. Fungsi untuk membangkitkan variabel acak dari distribusi.

5. Membuat *coding* program berdasarkan hasil langkah (b.4) ke dalam prosedur yang bersesuaian di *template* pada langkah 3.
6. Melakukan *compile program*.
7. Melakukan validasi program, dengan langkah sebagai berikut:
  - i. Membangkitkan data sesuai distribusi yang baru ditambahkan ke WinBUGS dengan parameter tertentu yang telah ditetapkan.
  - ii. Menguji kesesuaian distribusi dengan uji Kolmogorov Smirnov.
  - iii. Jika hasil uji menunjukkan distribusi yang sama dengan tahap ke-*i*, maka distribusi baru yang ditambahkan adalah benar. Namun jika distribusi tidak sama, maka perbaiki dan ulangi tahap ke-4.
- c) Pemodelan pengeluaran per kapita dengan struktur hirarki dua tingkat menggunakan WinBUGS sesuai algoritma pada Gambar 3.2;
  1. Membentuk vektor respon untuk setiap kabupaten/kota,  $\mathbf{y}_j, j = 1, 2, \dots, 10$ .
  2. Membentuk matriks prediktor tingkat 1,  $\mathbf{X}_j$  sesuai format WinBUGS.
  3. Membentuk matriks prediktor tingkat 2,  $\mathbf{W}$  sesuai format WinBUGS.
  4. Menentukan distribusi *prior* dan *hyperprior* dari parameter dan *hyperparameter* yang akan diestimasi.
  5. Membuat *Directed Acyclic Graph* (DAG) model hirarki dua tingkat.
  6. Membuat *coding* program model hirarki dua tingkat sesuai langkah ke-5. Pada tahap ini menyertakan informasi hasil langkah ke-5.
  7. Melakukan estimasi parameter model hirarki dua tingkat menggunakan MCMC dan *Gibbs Sampling*.
  8. Melakukan proses iterasi penaksiran parameter sampai distribusi *equilibrium* tercapai untuk mendapatkan karakteristik penaksir parameter. Apabila sampai proses iterasi berakhir, distribusi *equilibrium* belum tercapai, maka dilakukan penambahan sampel.
  9. Melakukan evaluasi model menggunakan *credible interval*. Jika ada prediktor yang tidak signifikan, maka dibangun model alternatif dengan mengeluarkan prediktor tersebut.
  10. Melakukan pemilihan model terbaik berdasarkan Nilai DIC dan  $R^2$ .
  11. Melakukan interpretasi dan kesimpulan.



Gambar 3.2 Diagram Alur Penelitian



## BAB 4

### HASIL DAN PEMBAHASAN

#### 4.1 Pengeluaran per Kapita Rumah Tangga di Provinsi Maluku Utara

Maluku Utara adalah salah satu provinsi termuda di Indonesia. Sejak 2013, provinsi ini memiliki delapan kabupaten dan dua kota. Sebagai salah satu provinsi kepulauan di wilayah Indonesia Timur, Maluku Utara mempunyai kondisi geografis yang beragam. Keberagaman ini mempengaruhi berbagai bidang kehidupan, seperti kebudayaan, sosial, ekonomi dan bahkan tingkat kesejahteraan penduduk.

Salah satu ukuran tingkat kesejahteraan adalah pengeluaran per kapita rumah tangga. Pada 2015, pengeluaran per kapita penduduk Maluku Utara mencapai Rp. 789.896. Secara nasional nilai ini masih lebih rendah dibanding rata-rata pengeluaran per kapita Nasional yang mencapai Rp. 868.823. Namun nilai ini masih cukup tinggi dibanding provinsi-provinsi lain. Sementara perbandingan pengeluaran per kapita antar kabupaten/kota di Maluku Utara disajikan pada Tabel 4.1.

Tabel 4.1 Statistik Deskriptif Pengeluaran per Kapita Rumah Tangga menurut Kabupaten/Kota di Maluku Utara, 2015

No	Kabupaten/Kota	<i>Mean</i>	Standar Deviasi	Koefisien Variasi
1	Halmahera Barat	762.949,41	343.740,89	45,05
2	Halmahera Tengah	866.489,30	593.793,09	68,53
3	Kepulauan Sula	608.122,23	390.073,44	64,14
4	Halmahera Selatan	659.461,74	319.678,10	48,48
5	Halmahera Utara	735.852,35	469.846,47	63,85
6	Halmahera Timur	796.662,82	402.439,70	50,52
7	Pulau Morotai	669.478,23	344.265,01	51,42
8	Pulau Taliabu	726.987,56	329.781,60	45,36
9	Kota Ternate	1.098.569,85	510.846,76	46,50
10	Kota Tidore Kepulauan	790.099,64	304.013,84	38,48
<b>Provinsi Maluku Utara</b>		<b>789.895.83</b>	<b>442.418,35</b>	<b>56,01</b>

Berdasarkan Tabel 4.1 dapat terlihat bahwa terdapat perbedaan tingkat pengeluaran per kapita antar kabupaten/kota. Kota Ternate sebagai kota pusat pemerintahan dan ekonomi di Maluku Utara, mempunyai pengeluaran per kapita paling tinggi dibanding kabupaten/kota lain dengan perbedaan yang cukup besar. Selain itu koefisien variasinya menunjukkan nilai yang cukup rendah. Ini berarti pengeluaran per kapita penduduk di kota Ternate cukup merata antar penduduk. Keadaan ini mengindikasikan tingkat kesejahteraan di kota Ternate cukup merata.

Sementara itu, pengeluaran per kapita terendah terjadi di Kepulauan Sula dengan koefisien variasi yang cukup tinggi dibanding kabupaten/kota lain. Nilai koefisien variasi yang tinggi bisa mencerminkan adanya kesenjangan pengeluaran per kapita antar penduduk. Kabupaten yang mempunyai karakteristik pengeluaran per kapita yang hampir sama dengan Kepulauan Sula adalah Halmahera Selatan dan Pulau Morotai. Ketiga kabupaten ini merupakan daerah kepulauan dengan kondisi geografis yang tidak jauh berbeda.

Kabupaten Halmahera Tengah merupakan kabupaten dengan pengeluaran per kapita tertinggi kedua dan koefisien variasi tertinggi di Maluku Utara pada 2015. Kondisi ini menggambarkan bahwa meskipun ada sebagian penduduk yang mempunyai pendapatan tinggi, namun tidak sedikit pula diantaranya yang berpendapatan jauh lebih rendah. Nilai koefisien variasi yang berbeda-beda antar kabupaten bisa mencerminkan kesenjangan kesejahteraan antar penduduk dilihat dari sudut pandang pengeluaran/pendapatan. Perbedaan kesejahteraan ini akan lebih jelas terlihat dari pola distribusi data pengeluaran per kapita di masing-masing kabupaten/kota.

#### **4.1.1 Distribusi Data Pengeluaran per Kapita Rumah Tangga di Maluku Utara**

Setiap data mempunyai karakteristik yang khas dan unik, begitu juga dengan data pengeluaran per kapita. Karakteristik yang unik ini bisa dijelaskan dengan mengetahui distribusi data yang diamati. Hasil uji Kolmogorov-Smirnov untuk mengetahui distribusi data pengeluaran per kapita di setiap kabupaten/kota diberikan pada Tabel 4.2.

Tabel 4.2 Statistik Uji dan *p-value* Hasil Uji Kolomogorov-Smirnov pada Data Pengeluaran per Kapita Rumah Tangga

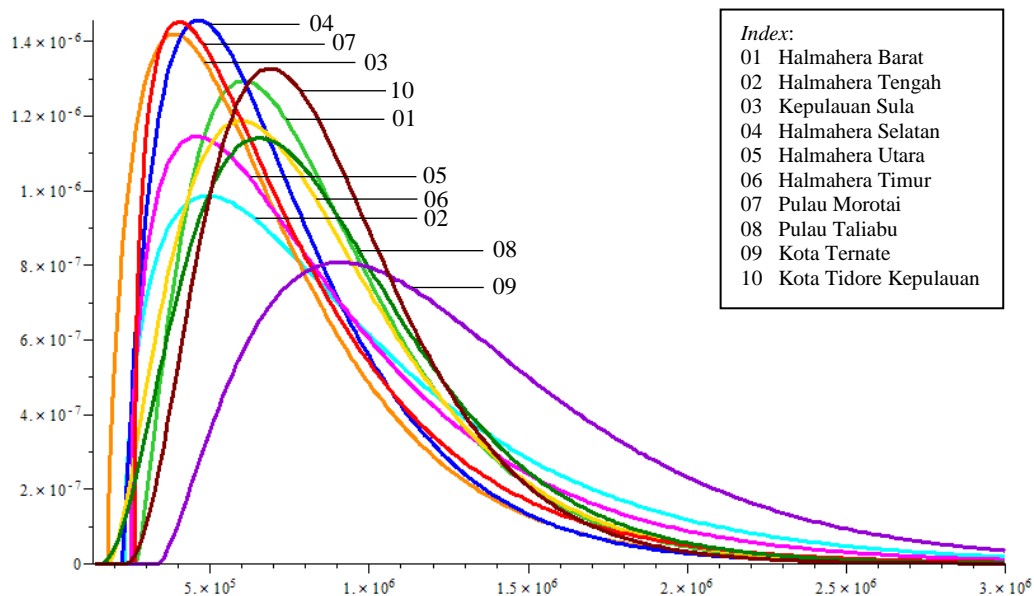
No	Kabupaten/Kota	Distribusi				
		Log Logistik	Log Logistik (3P)	Lognormal	Lognormal (3P)	Gamma (3P)
1	Halmahera Barat	0,029 (0,890)	0,037 (0,659)	0,048 (0,323)	0,042 (0,487)	0,053 (0,208)
2	Halmahera Tengah	0,044 (0,625)	0,050 (0,443)	0,050 (0,455)	0,053 (0,389)	0,065 (0,170)
3	Kepulauan Sula	0,088* (0,006)	0,064 (0,096)	0,074* (0,034)	0,053 (0,243)	0,059 (0,146)
4	Halmahera Selatan	0,060 (0,109)	0,062 (0,088)	0,047 (0,334)	0,062 (0,086)	0,055 (0,168)
5	Halmahera Utara	0,056 (0,132)	0,052 (0,187)	0,044 (0,350)	0,048 (0,263)	0,055 (0,136)
6	Halmahera Timur	0,083* (0,012)	0,076* (0,024)	0,065 (0,079)	0,070 (0,052)	0,053 (0,242)
7	Pulau Morotai	0,105* (0,002)	0,094* (0,009)	0,089* (0,016)	0,102* (0,004)	0,098* (0,006)
8	Pulau Taliabu	0,038 (0,812)	0,041 (0,748)	0,033 (0,917)	0,035 (0,878)	0,040 (0,764)
9	Kota Ternate	0,026 (0,884)	0,025 (0,903)	0,039 (0,440)	0,035 (0,568)	0,049 (0,171)
10	Kota Tidore Kepulauan	0,041 (0,441)	0,040 (0,489)	0,035 (0,669)	0,030 (0,819)	0,043 (0,387)

Catatan: \* menyatakan statistik uji signifikan pada  $\alpha = 5\%$ ,  
( ) nilai dengan tanda kurung menyatakan *p-value*.

Hasil uji kesesuaian distribusi dengan uji Kolmogorov-Smirnov menunjukkan bahwa terdapat lima kandidat distribusi yang sesuai untuk data pengeluaran per kapita, yaitu distribusi Log-Logistik, Log-Logistik tiga parameter, Lognormal, Lognormal tiga parameter, dan Gamma tiga parameter. Kelima distribusi tersebut mempunyai sifat yang sesuai dengan karakteristik data pengeluaran per kapita, yaitu nilai pengamatan yang selalu positif. Namun dengan mempertimbangkan nilai *p-value* yang ditunjukkan pada Tabel 4.2, maka distribusi yang paling sesuai untuk pengeluaran per kapita rumah tangga di seluruh kabupaten/kota adalah Gamma tiga parameter.

Salem dan Mount (1974) mengatakan bahwa distribusi Gamma lebih

sesuai dibanding distribusi Lognormal untuk menggambarkan data pendapatan penduduk di Amerika Serikat pada tahun 1960 hingga 1969. Sementara menurut Alaiz dan Victoria-Feser (1996) distribusi Gamma mempunyai kelebihan yaitu parameternya secara langsung bisa dihubungkan dengan kesetaraan pengeluaran. Jika parameter  $\alpha$  (*shape parameter*) semakin besar, maka populasi dengan pengeluaran terendah menurun yang berarti bahwa pengeluaran di daerah tersebut cenderung lebih merata. Sementara parameter  $\lambda$  (*threshold parameter*) dapat menggambarkan kesenjangan pengeluaran antar daerah. Dengan beberapa pertimbangan tersebut, maka distribusi Gamma tiga parameter dianggap paling sesuai untuk menggambarkan pola pengeluaran per kapita rumah tangga di Maluku Utara. Estimasi parameter distribusi Gamma tiga parameter disajikan pada Lampiran 1 dan diilustrasikan secara grafis seperti pada Gambar 4.1.



Gambar 4.1 Plot PDF Distribusi Gamma Tiga Parameter dari Data Pengeluaran per Kapita Rumah Tangga di Maluku Utara

Berdasarkan Gambar 4.1 terlihat bahwa persebaran pengeluaran per kapita rumah tangga di setiap kabupaten/kota di Maluku Utara terlihat belum setimbang. Terdapat pengelompokan pengeluaran di sisi kiri plot dengan ekor yang panjang di sisi kanan. Hal ini mengindikasikan adanya kesenjangan pengeluaran per kapita antar rumah tangga di masing-masing kabupaten/kota. Kelandaian pada bentuk

PDF Gamma tiga parameter merepresentasikan rendahnya kesenjangan pengeluaran di wilayah tersebut.

Perbedaan pergeseran bentuk distribusi Gamma tiga parameter untuk pengeluaran per kapita di seluruh kabupaten/kota merupakan representasi perbedaan kesejahteraan penduduk di masing-masing kabupaten/kota. Semakin besar nilai pergeseran distribusi Gamma tiga parameter ke arah kanan, diduga tingkat kesejahteraan penduduk di wilayah tersebut lebih baik dibanding kabupaten/kota yang lain.

Plot distribusi pengeluaran per kapita rumah tangga di Kota Ternate mempunyai bentuk distribusi yang paling landai dibanding kabupaten/kota lain. Kondisi ini mencerminkan bahwa persebaran pengeluaran per kapita di Kota Ternate cenderung lebih merata. Pergeseran bentuk distribusi di Kota Ternate juga menunjukkan nilai tertinggi dibanding yang lain. Kondisi ini mendukung ulasan sebelumnya bahwa tingkat kesejahteraan di Kota Ternate cenderung lebih baik dan merata dibanding kabupaten/kota lain.

Sembilan kabupaten/kota yang lain mempunyai karakteristik pengeluaran per kapita yang hampir mirip. Berdasarkan Gambar 4.1, terdapat pengelompokan yang terpusat di sisi kiri plot, artinya sebagian besar rumah tangga di sembilan kabupaten/kota tersebut mempunyai pengeluaran per kapita yang rendah. Dengan demikian dapat disimpulkan bahwa tingkat kesejahteraan di wilayah-wilayah tersebut lebih rendah dibanding Kota Ternate. Perbedaan ini diduga dipengaruhi oleh karakteristik rumah tangga dan karakteristik wilayah kabupaten/kota.

#### **4.1.2 Karakteristik Faktor-Faktor yang Mempengaruhi Pengeluaran per Kapita Rumah Tangga**

Tabel 4.3 menyajikan deskripsi karakteristik rumah tangga yang akan digunakan sebagai prediktor tingkat pertama pada pemodelan hirarki pengeluaran per kapita rumah tangga. Rata-rata umur KRT di Maluku Utara adalah 45 tahun. Jika dilihat antar kabupaten kota, rata-rata umur KRT hampir sama di semua kabupaten kota. Namun demikian, tingkat pendidikan KRT menunjukkan adanya variasi antara kabupaten kota. Tingkat pendidikan KRT di wilayah kota khususnya Kota Ternate lebih tinggi dibanding wilayah kabupaten. Potret ini ditunjukkan

dengan tingginya persentase KRT dengan ijazah minimal SMA. Ini mengindikasikan bahwa tingkat pendidikan KRT di wilayah kota cenderung lebih baik dibanding wilayah kabupaten.

Tabel 4.3 Karakteristik Rumah Tangga menurut Kabupaten/Kota di Maluku Utara, 2015

No	Kabupaten/Kota	Umur KRT	Rasio Beban	KRT Bekerja (%)	Ruta Tani (%)	Pend. KRT Min SMA (%)	Luas Lantai per Kapita	Pakai Listrik (%)	Masak non Kayu (%)	Punya Aset (%)
1	Halmahera Barat	46,82	0,72	94,33	51,90	28,30	17,68	97,22	14,41	48,31
2	Halmahera Tengah	44,48	0,75	93,85	54,20	31,61	19,61	87,51	29,75	72,30
3	Kepulauan Sula	45,83	0,73	93,75	41,72	25,95	17,32	77,08	48,17	57,22
4	Halmahera Selatan	44,64	0,80	97,16	60,80	20,98	19,22	74,83	16,87	56,94
5	Halmahera Utara	45,26	0,70	95,84	44,69	32,51	17,16	97,16	34,25	53,59
6	Halmahera Timur	43,66	0,64	95,82	49,12	29,45	19,58	94,48	21,21	71,30
7	Pulau Morotai	45,02	0,76	95,65	39,54	23,24	14,98	92,40	19,28	38,68
8	Pulau Taliabu	44,96	0,81	93,10	69,01	18,26	15,77	48,83	10,39	58,53
9	Kota Ternate	42,92	0,52	80,66	10,90	64,62	22,91	96,03	93,13	85,44
10	Kota Tidore Kepulauan	46,42	0,65	91,62	40,74	37,45	23,67	99,65	63,44	72,08
<b>Provinsi Maluku Utara</b>		<b>44,81</b>	<b>0,69</b>	<b>92,31</b>	<b>42,89</b>	<b>34,57</b>	<b>19,36</b>	<b>88,36</b>	<b>41,01</b>	<b>63,27</b>

Berdasarkan rasio ketergantungan dalam satu rumah tangga, terlihat bahwa angka ini cukup tinggi untuk wilayah kabupaten. Namun hal ini diikuti dengan tingginya persentase KRT yang bekerja. Keadaan ini mengindikasikan bahwa di daerah kabupaten, meskipun KRT sudah memasuki usia tidak produktif tetapi mereka masih aktif bekerja untuk memenuhi kebutuhan keluarganya. Pada kenyataannya, banyak ditemui di Maluku Utara, penduduk yang usianya sudah lanjut tetapi masih aktif bekerja khususnya di pertanian. Hal ini juga didukung dengan cukup tingginya persentase rumah tangga yang mengusahakan pertanian di beberapa kabupaten/kota.

Tabel 4.3 memperlihatkan adanya perbedaan persentase rumah tangga yang mengusahakan pertanian antar kabupaten/kota, di mana persentase terendah terdapat di Kota Ternate. Ternate mempunyai luas wilayah yang terkecil se-Maluku Utara, namun merupakan wilayah dengan penduduk tertinggi. Oleh karena itu ketersediaan lahan untuk pertanianpun menjadi terbatas, sehingga sangat wajar jika persentase rumah tangga tani di kota ini lebih rendah dibanding wilayah lain.

Jika ditinjau dari karakteristik perumahan, dapat disimpulkan bahwa secara umum kondisi perumahan di Maluku Utara adalah baik. Pertama, hal ini dapat ditunjukkan dari luas lantai per kapita di semua kabupaten/kota telah memenuhi batas minimum standar kesehatan yaitu 10 m<sup>2</sup> per kapita. Kedua, sebagian besar rumah tangga di masing-masing wilayah telah menggunakan listrik sebagai sumber penerangan utama di rumah. Penggunaan listrik tidak terbatas pada listrik PLN saja. Masih banyak ditemui di wilayah perdesaan yang memanfaatkan listrik tetapi bukan berasal dari PLN, tetapi bisa dari mesin generator, listrik tenaga matahari ataupun listrik yang disalurkan oleh pihak swasta.

Berdasarkan bahan bakar yang digunakan untuk memasak, rumah tangga yang menggunakan kayu bakar sangat mendominasi di wilayah kabupaten tetapi tidak di Kota Ternate. Sementara untuk tingkat kepemilikan aset menunjukkan adanya variasi antar kabupaten/kota. Kabupaten dengan persentase terendah untuk rumah tangga yang memiliki aset adalah Pulau Morotai, yaitu hanya sekitar 39 persen rumah tangga yang memiliki aset. Sementara di Kota Ternate, rumah tangga yang mempunyai aset mencapai 85,44 persen. Kepemilikan aset dalam rumah tangga dianggap penting, karena pada saat kondisi ekonomi rumah tangga sedang melemah, aset ini bisa dijadikan tumpuan untuk menjamin keberlangsungan hidup rumah tangga yang bersangkutan.

Selain karakteristik rumah tangga, karakteristik kabupaten/kota juga akan digunakan dalam pemodelan pengeluaran per kapita rumah tangga. Ringkasan deskripsi karakteristik kabupaten kota diberikan pada Tabel 4.4. Berdasarkan kepadatan penduduk, terlihat adanya ketidakmerataan persebaran penduduk di Maluku Utara. Kota Ternate mempunyai tingkat kepadatan penduduk tertinggi, yaitu sebesar 1.865,42 km<sup>2</sup>/jiwa. Kondisi ini sangat jauh berbeda dengan kabupaten/kota lainnya, dimana kepadatan penduduk hanya berada pada kisaran 12,62 hingga 63,82 km<sup>2</sup>/jiwa. Sementara untuk pertumbuhan ekonomi dilihat dari nilai PDRB per kapita, capaian tertinggi juga ditunjukkan oleh Kota Ternate.

Tabel 4.4 Karakteristik Kabupaten/Kota di Maluku Utara, 2014

No	Kabupaten/Kota	Kepadatan Penduduk (km <sup>2</sup> /jiwa)	PDRB per Kapita (juta Rupiah)	Rasio Fasdik	Rasio Puskesmas/Pustu	Rasio Pasar	Akses Jalan (%)	Kontribusi PAD (%)
1	Halmahera Barat	63,82	10,85	11,99	30,34	4,60	74,12	3,22
2	Halmahera Tengah	18,24	22,76	9,86	99,14	28,92	79,03	3,13
3	Kepulauan Sula	28,28	13,40	8,30	42,81	8,56	39,74	2,43
4	Halmahera Selatan	26,48	13,48	9,63	27,80	11,12	26,17	3,79
5	Halmahera Utara	45,31	17,14	8,79	31,71	9,06	76,38	15,90
6	Halmahera Timur	12,62	20,26	8,17	49,45	10,85	77,88	4,76
7	Pulau Morotai	23,87	13,09	12,69	45,68	22,00	64,77	1,21
8	Pulau Taliabu	34,06	13,74	10,19	45,94	37,95	28,17	0,90
9	Kota Ternate	1.865,42	23,83	4,89	11,07	5,29	96,10	7,47
10	Kota Tidore Kepulauan	58,22	15,77	9,69	44,88	12,52	86,81	4,22
<b>Provinsi Maluku Utara</b>		<b>35,60</b>	<b>16,75</b>	<b>9,00</b>	<b>34,60</b>	<b>11,50</b>	<b>61,54</b>	<b>5,47</b>

Secara umum rasio fasilitas pendidikan (SD, SMP dan SMA) di kabupaten/kota menunjukkan adanya variasi. Begitu juga dengan rasio ketersediaan puskesmas/pustu terhadap 100.000 orang penduduk. Puskesmas/pustu menjadi salah satu rujukan utama masyarakat Maluku Utara karena lebih terjangkau dibanding fasilitas kesehatan lain yang lebih modern.

Pasar tradisional adalah salah satu tempat transaksi utama yang menggerakkan roda perekonomian. Perbandingan ketersediaan pasar terhadap jumlah penduduk juga menunjukkan nilai yang bervariasi antar kabupaten/kota. Kabupaten dengan rasio pasar tradisional tertinggi adalah Pulau Taliabu, yaitu mencapai 37,95. Sementara terendah ada di Halmahera Barat yang hanya mencapai 4,6. Aksesibilitas jalan juga merupakan faktor penggerak ekonomi. Ketersediaan jalan yang memadai akan berpengaruh pada arus barang yang masuk dan keluar di suatu daerah. Persentase desa dengan jalan yang dapat dilalui kendaraan beroda empat sepanjang tahun menunjukkan adanya kesenjangan antar kabupaten/kota. Tiga kabupaten dimana sebagian besar desanya tidak mempunyai jalan yang dapat dilalui kendaraan roda empat sepanjang tahun adalah Kepulauan Sula, Halmahera Selatan dan Pulau Taliabu. Sementara dari kemampuan dan kemandirian pemerintah daerah dalam membiayai daerahnya, Halmahera Utara adalah yang terbaik. Pada 2014, kontribusi PAD di Halmahera Utara terhadap total pendapatan



sebesar 15,90 persen. Sedangkan di kabupaten/kota lain hanya mencapai 0,90 sampai dengan 7,47 persen.

#### 4.2 Penambahan *Add-ins* Distribusi Gamma Tiga Parameter di WinBUGS

Pada pembahasan sebelumnya telah disebutkan bahwa distribusi yang sesuai untuk pengeluaran per kapita rumah tangga per kabupaten/kota di Maluku Utara adalah distribusi Gamma tiga parameter. Distribusi ini akan digunakan dalam proses pembangunan model hirarki dengan pendekatan Bayesian. Proses estimasi parameter yang membangun model dilakukan secara komputasional menggunakan *software* WinBUGS 1.4. Distribusi Gamma tiga parameter adalah salah satu distribusi yang belum tersedia di WinBUGS. Oleh karena itu perlu dilakukan penambahan *add-ins* distribusi Gamma tiga parameter ke dalam perangkat WinBUGS.

WinBUGS sebagai salah satu *software* yang dikembangkan khusus untuk pengembangan metode Bayesian mempunyai keterbatasan, salah satunya yaitu hanya menyediakan 16 macam distribusi. Mengingat distribusi yang berkembang sangat banyak, WinBUGS menyediakan fasilitas bagi penggunaanya untuk menambahkan fungsi ataupun distribusi yang belum tersedia ke dalam sistem WinBUGS sesuai kebutuhan pengguna. Penambahan *add-ins* distribusi baru ke dalam WinBUGS dilakukan dengan bantuan perangkat pendukung yaitu *BlackBox Component Builder* dan *WinBUGS Development* (WBDev). Tahapan penambahan *add-ins* distribusi baru ke WinBUGS secara lengkap disajikan pada Lampiran 2.

Penambahan *add-ins* distribusi Gamma tiga parameter dilakukan dengan menggunakan “UnivariateTemplate.odc”, yaitu *template* yang tersedia di dalam WBDev. *Template* ini memuat prosedur-prosedur dimana pengguna dapat menuliskan fungsi-fungsi yang dibutuhkan sesuai distribusi yang akan ditambahkan. Prosedur yang digunakan dalam menambahkan *add-ins* distribusi Gamma tiga parameter dijelaskan sebagai berikut:

1. Mendeklarasikan parameter yang ada dalam distribusi sesuai persamaan (2.11), yaitu  $\alpha$  sebagai parameter *shape*,  $\phi$  sebagai parameter *scale* dan  $\lambda$  sebagai parameter *location* atau *threshold* dengan *source code* seperti pada Tabel 4.5.

Tabel 4.5 *Source Code* untuk Mendeklarasikan Parameter Distribusi

```
IMPORT
    WBDevUnivariate,
    WBDevRandnum, WBDevSpecfunc,
    Math;

CONST
    shape = 0; scale = 1; location = 2;
```

2. *DeclareArgTypes*, yaitu prosedur untuk mendeklarasikan tipe parameter distribusi (s untuk skalar dan v untuk vektor) sesuai jumlah parameternya. Distribusi Gamma tiga parameter mempunyai tiga parameter di mana ketiganya adalah skalar. Penulisan *source code* diberikan pada Tabel 4.6.

Tabel 4.6 *Source Code* Prosedur *DeclareArgTypes*

```
PROCEDURE DeclareArgTypes (OUT args: ARRAY OF CHAR);
BEGIN
    args := "sss";
END DeclareArgTypes;
```

3. *DeclareProperties*, yaitu prosedur untuk mendeklarasikan karakteristik distribusi (diskrit atau kontinu). Karakteristik distribusi Gamma tiga parameter adalah kontinu, maka penulisan *source code* seperti pada Tabel 4.7.

Tabel 4.7 *Source Code* Prosedur *DeclareProperties*

```
PROCEDURE DeclareProperties (OUT isDiscrete, canIntegrate: BOOLEAN);
BEGIN
    isDiscrete := FALSE;
    canIntegrate := TRUE;
END DeclareProperties;
```

4. *NaturalBounds*, yaitu prosedur untuk menetapkan domain variabel random dari distribusi. Domain variabel random Gamma tiga parameter adalah  $y > \lambda$ , sehingga batas bawah domain adalah  $\lambda$  dan batas atasnya adalah tak berhingga ( $\infty$ ). *Source code* untuk prosedur ini ditampilkan pada Tabel 4.8.

Tabel 4.8 *Source Code* Prosedur *NaturalBounds*

```
PROCEDURE NaturalBounds (node: WBDevUnivariate.Node; OUT lower, upper: REAL);
VAR
    lambda: REAL;
BEGIN
    lambda := node.arguments[location][0].Value();
    lower := lambda;
    upper := INF;
END NaturalBounds;
```

5. *LogFullLikelihood*, yaitu prosedur untuk menuliskan fungsi log *likelihood* distribusi. Perkalian *likelihood* dilakukan secara otomatis oleh WinBUGS, sehingga yang perlu dituliskan hanya fungsi log *likelihood* saja. Fungsi Gamma tiga parameter pada persamaan (2.11) mempunyai fungsi log *likelihood* sebagai berikut:

$$\log L(\alpha, \phi, \lambda|Y) = \alpha \log(\phi) - \log \Gamma(\alpha) + (\alpha - 1) \log(y - \lambda) - \phi(y - \lambda).$$

*Source code* untuk prosedur ini diberikan pada Tabel 4.9.

Tabel 4.9 *Source Code* Prosedur *LogFullLikelihood*

```
PROCEDURE LogFullLikelihood (node: WBDevUnivariate.Node; OUT value: REAL);
VAR
    y, alpha, pii, lambda: REAL;
BEGIN
    y := node.value;
    alpha := node.arguments[shape][0].Value();
    pii := node.arguments[scale][0].Value();
    lambda := node.arguments[location][0].Value();
    value := alpha*Math.Ln(pii) - WBDevSpecfunc.LogGammaFunc(alpha) +
        (alpha - 1) * Math.Ln(y - lambda) - ((y-lambda)*pii);
END LogFullLikelihood;
```

6. *LogPrior*, yaitu prosedur untuk menuliskan fungsi log *prior* distribusi seperti pada Tabel 4.10. Fungsi log *prior* diperoleh dari log *conjugate prior* pada fungsi densitas Gamma tiga parameter. Berdasarkan persamaan (2.11), maka *conjugate prior* distribusi Gamma tiga parameter yaitu:

$$p(y) = \exp[-\phi(y - \lambda)],$$

maka log *conjugate prior* distribusi Gamma tiga parameter adalah,

$$\ln p(y) = -\phi(y - \lambda).$$

Tabel 4.10 *Source Code* Prosedur *LogPrior*

```
PROCEDURE LogPrior (node: WBDevUnivariate.Node; OUT value: REAL);
VAR
    y, alpha, pii, lambda: REAL;
BEGIN
    y := node.value;
    alpha := node.arguments[shape][0].Value();
    pii := node.arguments[scale][0].Value();
    lambda := node.arguments[location][0].Value();
    value := -(y-lambda)*pii;
END LogPrior;
```

7. *Cummulative*, yaitu prosedur untuk menuliskan fungsi kumulatif distribusi (CDF) seperti pada Tabel 4.11, dengan fungsi CDF distribusi Gamma tiga

parameter adalah (Johnson, Kotz, dan Balakrishnan, 1995):

$$F(Y) = \frac{\Gamma_{(y-\lambda)\beta}(\alpha)}{\Gamma(\alpha)},$$

dengan,

$$\Gamma_{(y-\lambda)\beta}(\alpha) = \int_0^{(y-\lambda)\beta} t^{\alpha-1} e^{-t} dt,$$

$= \text{incomplete Gamma function.}$

Source code disajikan pada Tabel 4.11.

Tabel 4.11 *Source Code* Prosedur *Cummulative*

```
PROCEDURE Cumulative (node: WBDevUnivariate.Node; x: REAL; OUT value: REAL);
VAR
    y, alpha, pii, lambda, inc: REAL;
BEGIN
    alpha := node.arguments[shape][0].Value();
    pii := node.arguments[scale][0].Value();
    lambda := node.arguments[location][0].Value();
    inc := (y-lambda)*pii;
    value := WBDevSpecfunc.GammaP(alpha,inc) /
            WBDevSpecfunc.GammaP(alpha,0);
END Cumulative;
```

8. *DrawSample*, yaitu prosedur untuk membangkitkan variabel random dari distribusi Gamma tiga parameter dengan prosedur pada Tabel 4.12. Pembangkitan variabel random menggunakan metode *convolution*. Metode ini merupakan metode pembangkitan variabel random dengan menggunakan fungsi *generate variate random* (GVR) distribusi lain yang sudah tersedia dalam *software* yang digunakan. Pada penelitian ini menggunakan pendekatan GVR distribusi Gamma. Misal  $z$  adalah variabel random yang dibangkitkan dari distribusi  $\text{Gamma}(\alpha, \phi)$ , fungsi untuk membangkitkan  $z$  sebagai berikut:

$$z = G(\alpha, \phi),$$

dengan  $G(\alpha, \phi)$  adalah fungsi membangkitkan variabel random berdistribusi  $\text{Gamma}(\alpha, \phi)$  yang tersedia di WBDev. Jika  $z = y - \lambda$ , fungsi untuk membangkitkan  $y$  adalah:

$$y = G(\alpha, \phi) + \lambda,$$

di mana  $y \sim \text{Gamma3}(\alpha, \beta, \lambda)$ .

Tabel 4.12 *Source Code* Prosedur *DrawSample*

```

PROCEDURE DrawSample (node: WBDevUnivariate.Node; censoring: INTEGER; OUT
sample: REAL);
VAR
    alpha, pii, lambda, left, right: REAL;
BEGIN
    alpha := node.arguments[shape][0].Value();
    pii := node.arguments[scale][0].Value();
    lambda := node.arguments[location][0].Value();
    node.Bounds(left, right);
    CASE censoring OF
    |WBDevUnivariate.noCensoring:
        sample := WBDevRandnum.Gamma(alpha, pii) + lambda;
    |WBDevUnivariate.leftCensored:
        REPEAT
            sample := WBDevRandnum.Gamma(alpha, pii) + lambda;
        UNTIL sample >= left;
    |WBDevUnivariate.rightCensored:
        REPEAT
            sample := WBDevRandnum.Gamma(alpha, pii) + lambda;
        UNTIL sample <= right;
    |WBDevUnivariate.intervalCensored:
        REPEAT
            sample := WBDevRandnum.Gamma(alpha, pii) + lambda;
        UNTIL (sample >= left) & (sample <= right);
    END;
END DrawSample;

```

*Source code* secara lengkap terdapat pada Lampiran 3. Program ini ditulis dan dijalankan melalui *BlackBox Component Builder*. Setelah program berhasil dijalankan, maka selanjutnya dilakukan validasi untuk mengevaluasi kebenaran distribusi Gamma tiga parameter yang baru ditambahkan. Validasi dilakukan dengan tahapan sebagai berikut:

1. Membangkitkan data simulasi menggunakan fasilitas distribusi Gamma tiga parameter yang telah ditambahkan ke dalam WinBUGS. *Source code* yang digunakan pada proses ini diberikan pada Tabel 4.13.

Tabel 4.13 *Source Code* Membangkitkan Data Simulasi Gamma Tiga Parameter

```

model;
{
    y ~ dgamma3(a, b, c)
}

DATA
list(a=1, b=3, c=2)

INITS
list(y=2)

```

2. Membangkitkan data simulasi menggunakan *source code* pada *point* 1. Data simulasi dibangkitkan sebanyak enam kali dengan nilai parameter yang berbeda-beda, dengan skenario:
  - i. Skenario 1:  $n = 500, \alpha = 1, \phi = 3, \lambda = 2$ ,
  - ii. Skenario 2:  $n = 500, \alpha = 2, \phi = 1, \lambda = 4$ ,
  - iii. Skenario 3:  $n = 500, \alpha = 2, \phi = 1, \lambda = 0$ ,
  - iv. Skenario 4:  $n = 1000, \alpha = 1, \phi = 3, \lambda = 2$ ,
  - v. Skenario 5:  $n = 1000, \alpha = 2, \phi = 1, \lambda = 4$ ,
  - vi. Skenario 6:  $n = 1000, \alpha = 2, \phi = 1, \lambda = 0$ .
3. Melakukan uji Kolmogorov-Smirnov untuk mengetahui kesesuaian distribusi pada data yang dihasilkan pada *point* 2.
4. Jika hasil *point* 3 menunjukkan bahwa data simulasi sudah sesuai dengan distribusi Gamma tiga parameter, maka disimpulkan bahwa penambahan *add-ins* sudah valid dapat digunakan untuk proses estimasi. Tetapi jika tidak sesuai, maka dilakukan pengecekan dan perbaikan pada *source code* penambahan *add-ins* distribusi Gamma tiga parameter.

Nilai parameter data simulasi Gamma tiga parameter dan hasil uji kesesuaian distribusi menggunakan uji Kolmogorov-Smirnov (KS) disajikan pada Tabel 4.14. Uji KS dilakukan menggunakan *software* Easy Fit, dengan hipotesis nol bahwa data mengikuti distribusi Gamma tiga parameter.

Tabel 4.14 Nilai Parameter dan Hasil Uji Kolmogorov-Smirnov Data Simulasi Berdistribusi Gamma Tiga Parameter

Skenario	Banyak Data ( $n$ )	Parameter Data Simulasi			Hasil Uji KS (Easy Fit)				Keterangan
		$\alpha$	$\phi$	$\lambda$	$\alpha$	$\phi$	$\lambda$	$p\text{-value}$	
i	500	1	3	2	0,919	2,861	2,000	0,632	Valid
ii	500	2	1	4	2,097	1,073	3,993	0,544	Valid
iii	500	2	1	0	2,098	1,073	-0,007	0,542	Valid
iv	1000	1	3	2	1,037	3,130	2,000	0,954	Valid
v	1000	2	1	4	2,037	1,003	3,982	0,626	Valid
vi	1000	2	1	0	2,037	1,004	-0,018	0,626	Valid

Catatan: Nilai  $\phi$  di WinBUGS setara dengan  $1/\phi$  di Easy Fit

Berdasarkan hasil uji Kolmogorov-Smirnov pada Tabel 4.14, dapat ditunjukkan bahwa  $p$ -value dari keenam data simulasi lebih besar dari 0,05, yang berarti bahwa data simulasi terbukti mengikuti sebaran distribusi Gamma tiga parameter. Oleh karena itu dapat disimpulkan bahwa *add-ins* distribusi Gamma tiga parameter yang ditambahkan ke WinBUGS terbukti valid. Dengan demikian distribusi Gamma tiga parameter ini sudah dapat digunakan untuk estimasi pada analisis selanjutnya.

#### 4.3 Estimasi Model Hirarki pada Pengeluaran per Kapita Rumah Tangga di Maluku Utara

Berdasarkan penjelasan sebelumnya diketahui bahwa pengeluaran per kapita rumah tangga per kabupaten/kota di Maluku Utara mengikuti distribusi Gamma tiga parameter. Plot PDF distribusi Gamma tiga parameter di seluruh kabupaten/kota menunjukkan adanya perbedaan. Salah satu perbedaan tersebut disebabkan karena nilai parameter *threshold* ( $\lambda$ ) yang berbeda. Nilai parameter *threshold* merepresentasikan nilai minimum pengeluaran per kapita rumah tangga di setiap kabupaten/kota. Wilayah yang mempunyai nilai *threshold* lebih kecil diduga tingkat kesejahteraannya lebih rendah dibanding wilayah lain dengan nilai *threshold* yang lebih besar. Oleh karena itu, akan lebih menarik jika pada pemodelan pengeluaran per kapita rumah tangga di Maluku Utara, parameter ini yang akan dimasukkan ke dalam model mikro.

Secara matematis, model hirarki pada pengeluaran per kapita rumah tangga di Maluku Utara dapat diuraikan sebagai berikut:

$$Y_{ij} \sim \text{Gamma3}(\alpha_j, \phi_j, \lambda_{ij}), \quad i = 1, 2, \dots, n_j; \quad j = 1, 2, \dots, 10, \quad (4.1)$$

$$\lambda_{ij} = \beta_{0j} + \beta_{1j}X_{1ij} + \dots + \beta_{9j}X_{9ij} + e_{ij}, \quad (4.2)$$

$$\beta_{rj} \sim \text{Normal}(\mu_{[\beta_{rj}]}, \sigma_{[\beta_{rj}]}^2), \quad r = 0, 1, \dots, 9, \quad (4.3)$$

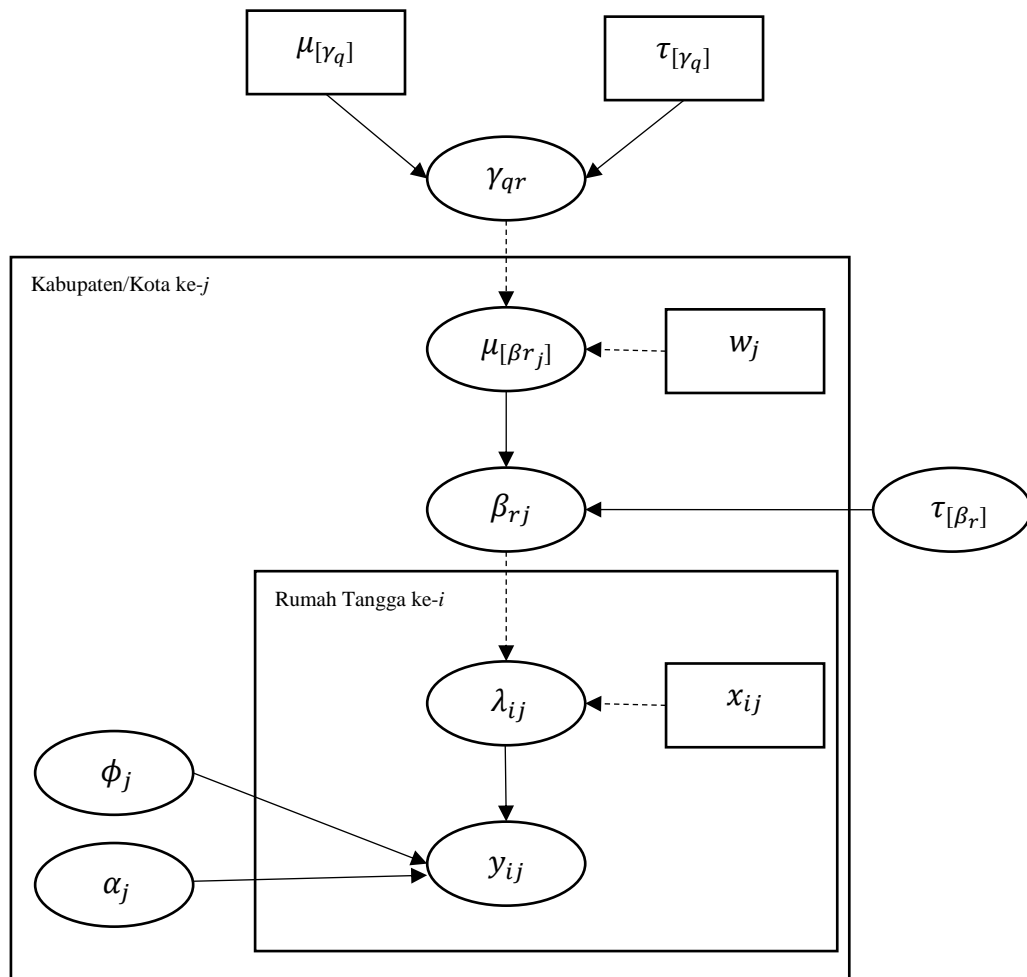
$$\mu_{[\beta_{rj}]} = \gamma_{0r} + \gamma_{1r}W_{1j} + \dots + \gamma_{7r}W_{7j} + u_{rj}, \quad (4.4)$$

$$\gamma_{qr} \sim \text{Normal}(\mu_{[\gamma_q]}, \sigma_{[\gamma_q]}^2), \quad q = 0, 1, \dots, 7, \quad (4.5)$$

dengan  $\tau_{[\beta_r]} = 1/\sigma_{[\beta_r]}^2$  dan  $\tau_{[\gamma_q]} = 1/\sigma_{[\gamma_q]}^2$ , adalah parameter presisi yang sering digunakan di WinBUGS. Persamaan (4.1) menjelaskan bahwa data pengeluaran per

kapita rumah tangga di setiap kabupaten/kota berdistribusi Gamma tiga parameter, dengan parameter berbeda-beda. Model mikro yang dirumuskan pada persamaan (4.2) dibentuk oleh parameter *threshold* yang diregresikan dengan prediktor rumah tangga. Sedangkan model makro dirumuskan seperti pada persamaan (4.4) menjelaskan hubungan antara koefisien regresi model mikro dengan prediktor kabupaten/kota.

Struktur model hirarki dua tingkat tersebut secara lebih sederhana divisualisasikan melalui DAG seperti pada Gambar 4.2. Sesuai konseptual metode Bayesian, DAG mengilustrasikan hubungan antara data yang digunakan, parameter dan *hyperparameter* dalam model serta distribusi *prior*. *Node* oval menunjukkan parameter yang bersifat stokastik dan *node* kotak menunjukkan nilai konstan.



Gambar 4.2 DAG Model Hirarki Dua Tingkat Berdasarkan Distribusi Gamma Tiga Parameter



Jika variabel random  $Y$  berasal dari 10 kabupaten/kota, maka akan terdapat vektor  $\mathbf{y} = (\mathbf{y}_1 \ \mathbf{y}_2 \ \dots \ \mathbf{y}_{10})^T$  dan  $\mathbf{y}_j = (y_{1j} \ y_{2j} \ \dots \ y_{n_{jj}})^T, j = 1, 2, \dots, 10$ . Apabila diberikan  $\mathbf{x}_{ij}^T = (1 \ x_{1ij} \ x_{2ij} \ \dots \ x_{10ij})^T$  dan  $\mathbf{x}_{ij}^T \boldsymbol{\beta}_j$ , maka sesuai dengan DAG pada Gambar 4.2, fungsi *likelihood* dari  $\mathbf{y}$  adalah:

$$\begin{aligned}
 f_L(\mathbf{y}|\boldsymbol{\beta}_j, \boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\Phi}) &= \prod_{j=1}^{10} \prod_{i=1}^{n_j} f(y_{ij}|\boldsymbol{\beta}_j, \alpha_j, \phi_j) \\
 &= \prod_{j=1}^{10} \prod_{i=1}^{n_j} \frac{\phi_j^{\alpha_j} (y_{ij} - \mathbf{x}_{ij}^T \boldsymbol{\beta}_j)^{\alpha_j-1}}{\Gamma(\alpha_j)} \exp[-\phi_j (y_{ij} - \mathbf{x}_{ij}^T \boldsymbol{\beta}_j)] \\
 &= \prod_{j=1}^{10} \left[ \frac{\phi_j^{n_j \alpha_j}}{[\Gamma(\alpha_j)]^{n_j}} \prod_{i=1}^{n_j} (y_{ij} - \mathbf{x}_{ij}^T \boldsymbol{\beta}_j)^{\alpha_j-1} \right] \exp \left[ -\phi_j \sum_{i=1}^{n_j} (y_{ij} - \mathbf{x}_{ij}^T \boldsymbol{\beta}_j) \right] \\
 &= \prod_{j=1}^{10} \left[ \frac{\phi_j^{n_j \alpha_j}}{[\Gamma(\alpha_j)]^{n_j}} \prod_{i=1}^{n_j} (y_{ij} - \mathbf{x}_{ij}^T \boldsymbol{\beta}_j)^{\alpha_j-1} \right] \exp \left[ -\sum_{j=1}^{10} \phi_j \sum_{i=1}^{n_j} (y_{ij} - \mathbf{x}_{ij}^T \boldsymbol{\beta}_j) \right]. \quad (4.6)
 \end{aligned}$$

Secara konseptual model hiraki, parameter dalam model hirarki juga mempunyai struktur yang bertingkat. Parameter di tingkat pertama model hirarki pengeluaran per kapita rumah tangga terdiri dari  $\boldsymbol{\alpha}$ ,  $\boldsymbol{\Phi}$ , dan  $\boldsymbol{\beta}$ . Ketiga parameter ini merepresentasikan parameter distribusi Gamma tiga parameter dan parameter regresi model mikro. Sedangkan parameter di tingkat kedua (*hyperparameter*) meliputi  $\boldsymbol{\tau}_{[\beta]}$  dan  $\boldsymbol{\gamma}$ . Kedua parameter ini adalah parameter presisi distribusi *prior* dan parameter regresi model makro.

Selanjutnya, sebelum estimasi untuk setiap parameter dilakukan dengan pendekatan Bayesian, maka perlu menentukan distribusi *prior* terlebih dahulu. Jika

$\boldsymbol{\theta} = (\boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\gamma}, \boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\Phi}, \boldsymbol{\tau}_{[\beta]})$  adalah parameter model hirarki dua tingkat dengan,

$$\boldsymbol{\beta} = [\beta_{0.1} \ \beta_{1.1} \ \dots \ \beta_{9.1} \ \beta_{0.2} \ \beta_{1.2} \ \dots \ \beta_{9.2} \ \beta_{0.10} \ \beta_{1.10} \ \dots \ \beta_{9.10}]^T,$$

$$\boldsymbol{\gamma} = [\gamma_{0.0} \ \gamma_{1.0} \ \dots \ \gamma_{9.0} \ \gamma_{0.1} \ \gamma_{1.1} \ \dots \ \gamma_{9.1} \ \gamma_{0.9} \ \gamma_{1.9} \ \dots \ \gamma_{7.9}]^T,$$

$$\boldsymbol{\alpha} = [\alpha_1 \ \alpha_2 \ \dots \ \alpha_{10}]^T,$$

$$\boldsymbol{\Phi} = [\phi_1 \ \phi_2 \ \dots \ \phi_{10}]^T,$$

$$\boldsymbol{\tau}_{[\beta]} = [\tau_{[\beta]0} \ \tau_{[\beta]1} \ \dots \ \tau_{[\beta]9}]^T, \quad (4.7)$$

maka bentuk distribusi *prior* dalam model hirarki dua tingkat dengan pendekatan Bayesian dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
p(\boldsymbol{\theta}) &= p(\boldsymbol{\beta})p(\boldsymbol{\gamma})p(\boldsymbol{\alpha})p(\boldsymbol{\phi})p(\boldsymbol{\tau}_{[\beta]}), \\
p(\boldsymbol{\theta}) &= p(\beta_{0.1})p(\beta_{0.2}) \dots p(\beta_{0.10}) \dots p(\beta_{9.1})p(\beta_{9.2}) \dots p(\beta_{9.10})p(\gamma_{0.0})p(\gamma_{0.1}) \\
&\quad \dots p(\gamma_{0.9}) \dots p(\gamma_{7.0})p(\gamma_{7.1}) \dots p(\gamma_{7.9})p(\alpha_1)p(\alpha_2) \dots p(\alpha_{10}) p(\phi_1) \\
&\quad p(\phi_2) \dots p(\phi_{10})p(\tau_{[\beta]0})p(\tau_{[\beta]1}) \dots p(\tau_{[\beta]9}), \\
&= \prod_{j=1}^{10} \prod_{r=0}^9 p(\beta_{rj}) \prod_{r=0}^9 \prod_{l=0}^7 p(\gamma_{lr}) \prod_{j=1}^{10} p(\alpha_j) \prod_{j=1}^{10} p(\phi_j) \prod_{r=0}^9 p(\tau_{[\beta]r}). \tag{4.8}
\end{aligned}$$

Distribusi *prior* dan *hyperprior* yang digunakan dalam penelitian ini adalah kombinasi dari *conjugate prior*, *pseudo prior*, dan *informative prior*, dengan penjelasan sebagai berikut:

- a. *Prior* untuk  $\beta_{rj}$  dinotasikan dengan  $p(\beta_{rj})$  adalah berdistribusi normal yang merupakan *pseudo prior*,

$$\beta_{rj} \sim N(\mu_{[\beta]r}, \sigma_{[\beta]r}^2),$$

dengan PDF:

$$\begin{aligned}
p(\beta_{rj}) &= \sqrt{\frac{\tau_{[\beta]r}}{2\pi}} \exp\left[-\frac{\tau_{[\beta]r}}{2}(\beta_{rj} - \mu_{[\beta]r})^2\right], \\
&\propto \tau_{[\beta]r}^{\frac{1}{2}} \exp\left[-\frac{\tau_{[\beta]r}}{2}(\beta_{rj} - \mu_{[\beta]r})^2\right], \tag{4.9}
\end{aligned}$$

dan  $\tau_{[\beta]r} = 1/\sigma_{[\beta]r}^2$ , adalah komponen persamaan (4.7).

- b. *Prior* untuk  $\alpha_j$  dinotasikan dengan  $p(\alpha_j)$  adalah berdistribusi Gamma yang merupakan *conjugate prior* dan *informative prior*,

$$\alpha_j \sim \text{Gamma}(a_{1j}, b_{1j}),$$

dengan PDF:

$$\begin{aligned}
p(\alpha_j) &= \frac{b_{1j}^{a_{1j}} \alpha_j^{a_{1j}-1}}{\Gamma(a_{1j})} \exp[-b_{1j}\alpha_j], \\
&\propto \alpha_j^{a_{1j}-1} \exp[-b_{1j}\alpha_j], \tag{4.10}
\end{aligned}$$

di mana  $a_{1j}$  dan  $b_{1j}$  bernilai konstan.

- c. *Prior* untuk  $\phi_j$  dinotasikan dengan  $p(\phi_j)$  adalah berdistribusi Gamma yang merupakan *conjugate prior* dan *informative prior*,

$\phi_j \sim \text{Gamma}(a_{2j}, b_{2j})$ ,

dengan PDF:

$$\begin{aligned} p(\phi_j) &= \frac{b_{2j}^{a_{2j}} \phi_j^{a_{2j}-1}}{\Gamma(a_{2j})} \exp[-b_{2j} \phi_j], \\ &\propto \phi_j^{a_{2j}-1} \exp[-b_{2j} \phi_j], \end{aligned} \quad (4.11)$$

di mana  $a_{2j}$  dan  $b_{2j}$  bernilai konstan.

- d. *Hyperprior* untuk  $\gamma_{qr}$  dinotasikan dengan  $p(\gamma_{qr})$  adalah berdistribusi normal yang merupakan *pseudo prior* dan *informatif prior*. Distribusi *hyperprior* untuk  $\gamma_{qr}$  dapat ditulis sebagai berikut:

$$\gamma_{qr} \sim N(\mu_{[\gamma]qr}, \sigma_{[\gamma]qr}^2),$$

dengan PDF:

$$\begin{aligned} p(\gamma_{qr}) &= \sqrt{\frac{\tau_{[\gamma]qr}}{2\pi}} \exp\left[-\frac{\tau_{[\gamma]qr}}{2} (\gamma_{qr} - \mu_{[\gamma]qr})^2\right], \\ &\propto \tau_{[\gamma]qr}^{\frac{1}{2}} \exp\left[-\frac{\tau_{[\gamma]qr}}{2} (\gamma_{qr} - \mu_{[\gamma]qr})^2\right], \end{aligned} \quad (4.12)$$

di mana  $\tau_{[\gamma]qr} = 1/\sigma_{[\gamma]qr}^2$  serta  $\mu_{[\gamma]qr}$  dan  $\tau_{[\gamma]qr}$  bernilai konstan, yang ditentukan dengan tahapan sebagai berikut:

1. Melakukan proses estimasi model hirarki dengan *prior*  $\gamma$  berdistribusi Uniform.
2. *Mean* posterior hasil langkah 1 dijadikan domain *prior*  $\gamma$  pada proses estimasi selanjutnya dengan distribusi *prior*  $\gamma$  adalah distribusi normal.
3. Penentuan domain *prior* pada langkah 2 dilakukan secara berulang-ulang berdasarkan nilai *posterior* dari pemodelan sebelumnya sampai didapat estimasi *posterior* yang konvergen.

- e. *Hyperprior* untuk  $\tau_{[\beta]r}$  dinotasikan dengan  $p(\tau_{[\beta]r})$  adalah berdistribusi Gamma yang merupakan *conjugate prior* untuk parameter  $\sigma_{[\beta]r}^2$  dari  $p(\beta_{rj})$ ,

$$\tau_{[\beta]r} \sim \text{Gamma}(a_{[\tau_{[\beta]r}]}, b_{[\tau_{[\beta]r}]}),$$

dengan PDF:

$$p(\tau_{[\beta]r}) = \frac{b_{[\tau_{[\beta]r}]}^{a_{[\tau_{[\beta]r}]}} \tau_{[\beta]r}^{a_{[\tau_{[\beta]r}]}-1}}{\Gamma(a_{[\tau_{[\beta]r}]})} \exp[-b_{[\tau_{[\beta]r}]} \tau_{[\beta]r}],$$

$$p(\tau_{[\beta]r}) \propto \tau_{[\beta]r}^{a_{[\tau_{[\beta]r}]^{-1}} \exp[-b_{[\tau_{[\beta]r}]} \tau_{[\beta]r}], \quad (4.13)$$

di mana  $a_{[\tau_{[\beta]r}]}$  dan  $b_{[\tau_{[\beta]r}]}$  bernilai konstan.

Proses estimasi parameter dengan pendekatan Bayesian didasarkan pada distribusi *posterior* dari parameter. Distribusi *posterior* gabungan dari seluruh parameter yang akan diestimasi dilakukan dengan menggunakan kombinasi antara *likelihood* dan *prior*. Sesuai dengan persamaan (2.7), maka distribusi *posterior* gabungan parameter model hirarki dua tingkat dapat dituliskan sebagai berikut:

$$p(\boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\gamma}, \boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\Phi}, \boldsymbol{\tau}_{[\beta]} | \mathbf{y}) = \frac{f_L(\mathbf{y} | \boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\Phi}) p_1(\boldsymbol{\beta} | \boldsymbol{\gamma}, \boldsymbol{\tau}_{[\beta]}) p_2(\boldsymbol{\gamma}, \boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\Phi}, \boldsymbol{\tau}_{[\beta]})}{h(\mathbf{y})}, \quad (4.14)$$

dengan,

$f_L(\mathbf{y} | \boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\Phi})$  adalah *likelihood* Gamma tiga parameter,

$p_1(\boldsymbol{\beta} | \boldsymbol{\gamma}, \boldsymbol{\tau}_{[\beta]})$  adalah *prior* tahap pertama,

$p_2(\boldsymbol{\gamma}, \boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\Phi}, \boldsymbol{\tau}_{[\beta]})$  adalah *prior* tahap kedua,

$p_2(\boldsymbol{\gamma}, \boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\Phi}, \boldsymbol{\tau}_{[\beta]}) = p(\boldsymbol{\gamma})p(\boldsymbol{\alpha})p(\boldsymbol{\Phi})p(\boldsymbol{\tau}_{[\beta]})$ , dan

$$h(\mathbf{y}) = \int \dots \int f_L(\mathbf{y} | \boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\Phi}) p_1(\boldsymbol{\beta} | \boldsymbol{\gamma}, \boldsymbol{\tau}_{[\beta]}) p_2(\boldsymbol{\gamma}, \boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\Phi}, \boldsymbol{\tau}_{[\beta]}) \partial \beta_{0.1} \dots \partial \beta_{9.10} \\ \partial \gamma_{0.0} \dots \partial \gamma_{7.9} \partial \alpha_1 \dots \partial \alpha_{10} \partial \phi_1 \dots \partial \phi_{10} \partial \tau_{[\beta]0} \dots \partial \tau_{[\beta]9}.$$

dan  $h(\mathbf{y})$  merupakan konstanta densitas karena tidak tergantung parameter, sehingga persamaan (4.14) juga dapat dituliskan dalam bentuk proporsional,

$$p(\boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\gamma}, \boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\Phi}, \boldsymbol{\tau}_{[\beta]} | \mathbf{y}) \propto f_L(\mathbf{y} | \boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\Phi}) p_1(\boldsymbol{\beta} | \boldsymbol{\gamma}, \boldsymbol{\tau}_{[\beta]}) p_2(\boldsymbol{\gamma}, \boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\Phi}, \boldsymbol{\tau}_{[\beta]}).$$

Persamaan ini setara dengan,

$$p(\boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\gamma}, \boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\Phi}, \boldsymbol{\tau}_{[\beta]} | \mathbf{y}) \propto f_L(\mathbf{y} | \boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\Phi}) p_1(\boldsymbol{\beta} | \boldsymbol{\gamma}, \boldsymbol{\tau}_{[\beta]}) p(\boldsymbol{\gamma}) p(\boldsymbol{\alpha}) p(\boldsymbol{\Phi}) p(\boldsymbol{\tau}_{[\beta]}). \quad (4.15)$$

Persamaan (4.15) merepresentasikan model hirarki dua tingkat pada persamaan (4.2) dan (4.4) dengan parameter seperti dalam persamaan (4.7) serta distribusi *prior* dari masing-masing parameter sesuai sifat dalam persamaan (4.8).

Distribusi *posterior* marginal untuk setiap target parameter diperoleh dengan mengintegrasikan persamaan (4.15). Terlihat bahwa distribusi *posterior* marginal setiap parameter memuat integral dengan dimensi yang cukup tinggi sehingga proses penyelesaiannya menjadi kompleks dan rumit. Oleh karena itu digunakan metode Bayesian dengan pendekatan numerik MCMC dan Gibbs Sampling. Proses estimasi dilakukan melalui pengambilan sampel secara berulang

melalui bentuk distribusi *full conditional posterior*. Distribusi *full conditional posterior* parameter adalah bentuk proporsional dari distribusi *posterior* gabungan seluruh parameter dengan mengeluarkan komponen dari yang tidak mengandung parameter yang akan diestimasi karena nilainya dianggap tetap.

Jika distribusi *posterior* gabungan dari model hirarki dua tingkat dengan pendekatan Bayesian seperti dalam persamaan (4.15) dengan *likelihood* data mengikuti persamaan (4.6), serta distribusi masing-masing *prior* adalah persamaan (4.9), (4.10), (4.11), (4.12), dan (4.13), maka distribusi *posterior* gabungan model hirarki dua tingkat berdasarkan distribusi Gamma tiga parameter adalah:

$$p(\boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\gamma}, \boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\phi}, \boldsymbol{\tau}_{[\beta]} | \mathbf{y}) \propto \frac{\left( \prod_{j=1}^{10} \phi_j^{n_j \alpha_j} \right)}{\left( \prod_{j=1}^{10} [\Gamma(\alpha_j)]^{n_j} \right)} A B \left( \prod_{r=0}^9 \tau_{[\beta]r}^{\frac{1}{2}} \right) C \left( \prod_{r=0}^9 \prod_{q=0}^7 \tau_{[\gamma]qr}^{\frac{1}{2}} \right) D E F \left( \prod_{r=0}^9 \tau_{[\beta]r}^{a_{[\tau_{[\beta]r}]^{-1}}} \right) G, \quad (4.16)$$

dengan,

$$A = \prod_{j=1}^{10} \prod_{i=1}^{n_j} (y_{ij} - \mathbf{x}_{ij}^T \boldsymbol{\beta}_j)^{\alpha_j - 1}, \quad (4.17)$$

$$B = \exp \left[ - \sum_{j=1}^{10} \phi_j \sum_{i=1}^{n_j} (y_{ij} - \mathbf{x}_{ij}^T \boldsymbol{\beta}_j) \right], \quad (4.18)$$

$$C = \exp \left[ - \frac{1}{2} \sum_{r=0}^9 \tau_{[\beta]r} \sum_{j=1}^{10} (\beta_{rj} - \mathbf{w}_j^T \boldsymbol{\gamma}_r)^2 \right], \quad (4.19)$$

$$D = \exp \left[ - \frac{1}{2} \sum_{r=0}^9 \sum_{q=0}^7 \tau_{[\gamma]qr} (\gamma_{qr} - \mu_{[\gamma]qr})^2 \right], \quad (4.20)$$

$$E = \prod_{j=1}^{10} \alpha_j^{a_{1j}-1} \exp \left[ - \sum_{j=1}^{10} b_{1j} \alpha_j \right], \quad (4.21)$$

$$F = \prod_{j=1}^{10} \phi_j^{a_{2j}-1} \exp \left[ - \sum_{j=1}^{10} b_{2j} \phi_j \right], \quad (4.22)$$

$$G = \exp \left[ - \sum_{r=0}^9 b_{[\tau_{[\beta]r}]} \tau_{[\beta]r} \right], \quad (4.23)$$

dan  $\mathbf{w}_j^T = [1 \quad w_{1j} \quad w_{2j} \quad \dots \quad w_{7j}]$ .

Dengan demikian berdasarkan persamaan (4.16), bentuk distribusi *full conditional posterior* untuk setiap parameter model hirarki dua tingkat berdasarkan distribusi Gamma tiga parameter adalah:

- a. Distribusi *full conditional posterior* untuk  $\beta_{rj}$ , diperoleh dengan cara:

$$p(\beta_{rj} | \mathbf{y}, \boldsymbol{\beta}_{\setminus rj}, \boldsymbol{\gamma}, \boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\phi}, \boldsymbol{\tau}_{[\beta]}) \\ = \int \dots \int p(\boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\gamma}, \boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\phi}, \boldsymbol{\tau}_{[\beta]} | \mathbf{y}) \partial \beta_{0.1} \dots \partial \beta_{rj-1} \partial \beta_{rj+1} \partial \gamma_{0.0} \dots \partial \gamma_{7.9} \partial \alpha_1 \dots \partial \alpha_{10} \\ \partial \phi_1 \dots \partial \phi_{10} \partial \tau_{[\beta]0} \dots \partial \tau_{[\beta]9},$$

karena parameter lain dianggap konstan maka distribusi *full conditional posterior* untuk  $\beta_{rj}$  diperoleh dari persamaan (4.16) yang hanya memuat parameter  $\beta_{rj}$  saja, yaitu komponen B dan C. Dengan demikian, distribusi *full conditional posterior* untuk  $\beta_{rj}$  dapat dituliskan sebagai berikut:

$$p(\beta_{rj} | \mathbf{y}, \boldsymbol{\beta}_{\setminus rj}, \boldsymbol{\gamma}, \boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\phi}, \boldsymbol{\tau}_{[\beta]}) \propto B C, \quad (4.24)$$

dengan B sesuai persamaan (4.17) dan C sesuai persamaan (4.18), serta  $\boldsymbol{\beta}_{\setminus rj}$  adalah vektor  $\boldsymbol{\beta}$  tanpa elemen  $\beta_{rj}$ .

Selanjutnya dengan cara yang sama diperoleh distribusi *full conditional posterior* untuk parameter lainnya dalam model

- b. Distribusi *full conditional posterior* untuk  $\alpha_j$ :

$$p(\alpha_j | \mathbf{y}, \boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\gamma}, \boldsymbol{\alpha}_{\setminus j}, \boldsymbol{\phi}, \boldsymbol{\tau}_{[\beta]}) \propto \frac{E}{(\prod_{j=1}^{10} [\Gamma(\alpha_j)]^{n_j})}, \quad (4.25)$$

dengan E sesuai persamaan (4.21) dan  $\boldsymbol{\alpha}_{\setminus j}$  adalah vektor  $\boldsymbol{\alpha}$  tanpa elemen  $\alpha_j$ .

- c. Distribusi *full conditional posterior* untuk  $\phi_j$ :

$$p(\phi_j | \mathbf{y}, \boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\gamma}, \boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\phi}_{\setminus j}, \boldsymbol{\tau}_{[\beta]}) \propto \left( \prod_{j=1}^{10} \phi_j^{n_j \alpha_j} \right) B F, \quad (4.26)$$

dengan B sesuai persamaan (4.17) dan F sesuai persamaan (4.22), serta  $\boldsymbol{\phi}_{\setminus j}$  adalah vektor  $\boldsymbol{\phi}$  tanpa elemen  $\phi_j$ .

- d. Distribusi *full conditional posterior* untuk  $\gamma_{qr}$ :

$$p(\gamma_{qr} | \mathbf{y}, \boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\gamma}_{\setminus qr}, \boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\phi}, \boldsymbol{\tau}_{[\beta]}) \propto C D, \quad (4.27)$$

dengan C sesuai persamaan (4.18) dan D sesuai persamaan (4.20), serta  $\boldsymbol{\gamma}_{\setminus qr}$  adalah vektor  $\boldsymbol{\gamma}$  tanpa elemen  $\gamma_{qr}$ .

e. Distribusi *full conditional posterior* untuk  $\tau_{[\beta]r}$ :

$$p(\tau_{[\beta]r} | \mathbf{y}, \boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\gamma}, \boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\phi}, \boldsymbol{\tau}_{[\beta] \setminus r}) \propto \left( \prod_{r=0}^9 \tau_{[\beta]r}^{\frac{1}{2}} \right) C \left( \prod_{r=0}^9 \tau_{[\beta]r}^{a_{[\tau_{[\beta]r}]}-1} \right) G, \quad (4.28)$$

dengan C sesuai persamaan (4.18) dan G sesuai persamaan (4.23), serta  $\boldsymbol{\tau}_{[\beta] \setminus r}$  adalah vektor  $\boldsymbol{\tau}$  tanpa elemen  $\tau_{[\beta]r}$ .

Selanjutnya, proses estimasi model hirarki dua tingkat dilakukan secara komputasional dan iteratif menggunakan metode MCMC dan Gibbs Sampling, dengan tahapan sebagai berikut:

1. Menentukan nilai awal (*initial value*) untuk setiap parameter yang akan diestimasi  $\boldsymbol{\beta}^{(0)}$ ,  $\boldsymbol{\gamma}^{(0)}$ ,  $\boldsymbol{\alpha}^{(0)}$ ,  $\boldsymbol{\phi}^{(0)}$ , dan  $\boldsymbol{\tau}_{[\beta]}^{(0)}$ .
2. Membangkitkan sampel *posterior* dengan iterasi sebanyak  $M$  untuk setiap parameter menggunakan persamaan (4.24), (4.25), (4.26), (4.27), dan (4.28).
3. Proses pada tahap ke-2 dilakukan secara iteratif sampai iterasi selesai.

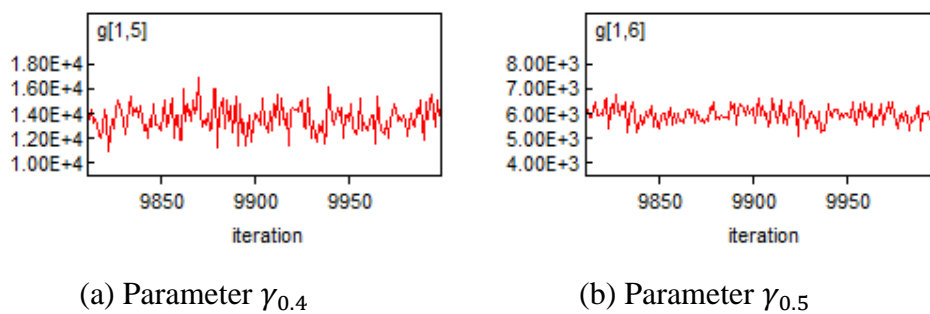
#### 4.4 Implementasi Model Hirarki Dua Tingkat dengan Pendekatan Bayesian pada Pemodelan Pengeluaran per Kapita Rumah Tangga di Maluku Utara

Estimasi parameter model hirarki dua tingkat dilakukan secara komputasional berdasarkan DAG pada Gambar 4.2 yang diterjemahkan ke dalam *coding program* seperti pada Lampiran 4. Secara keseluruhan, implementasi model hirarki dua tingkat berdasarkan distribusi Gamma tiga parameter pada pengeluaran per kapita rumah tangga dilakukan menggunakan *software* WinBUGS. Mengingat kompleksitas struktur model yang dibangun, proses estimasi model hirarki dilakukan menggunakan MCMC dan Gibbs Sampling. Iterasi yang digunakan sebanyak 10.000 kali dengan *thin* 10 dan *burn-in* 2000 iterasi, sehingga sampel yang digunakan untuk mengestimasi karakteristik parameter sebanyak 8.001 sampel. Pemodelan dilakukan sebanyak dua kali. Model alternatif 1 yaitu model dengan menyertakan semua prediktor yang telah ditentukan, sembilan prediktor karakteristik rumah tangga dan tujuh prediktor karakteristik kabupaten/kota. Model alternatif 2 yaitu model dengan prediktor yang signifikan pada model alternatif 1.

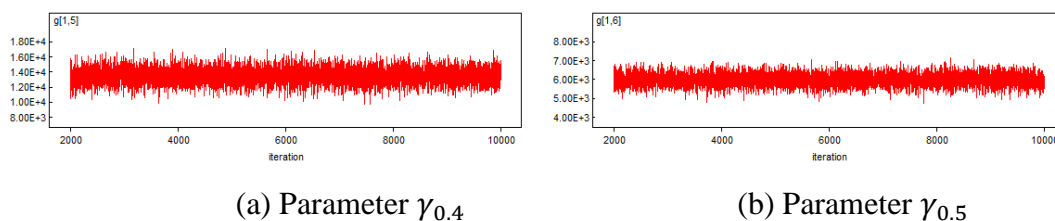
#### 4.4.1 Model Alternatif 1

Estimasi dengan melibatkan seluruh prediktor di tingkat 1 dan tingkat 2 menunjukkan kesesuaian dengan sifat MCMC yaitu *irreducible* dan *aperiodic*. Sebagai salah satu contoh, ditunjukkan melalui MCMC *diagnostic plot* pada parameter  $\gamma_{0.4}$  dan  $\gamma_{0.5}$  sebagai berikut:

1. *Trace plot* parameter tidak menunjukkan suatu pola tertentu, cenderung stasioner dan bersifat random. Gambar 4.3 menyajikan *trace plot* dari dua estimasi parameter koefisien regresi model makro ( $\gamma$ ).



Gambar 4.3 *Trace Plot* Model Alternatif 1 (Iterasi 9.800-10.000)



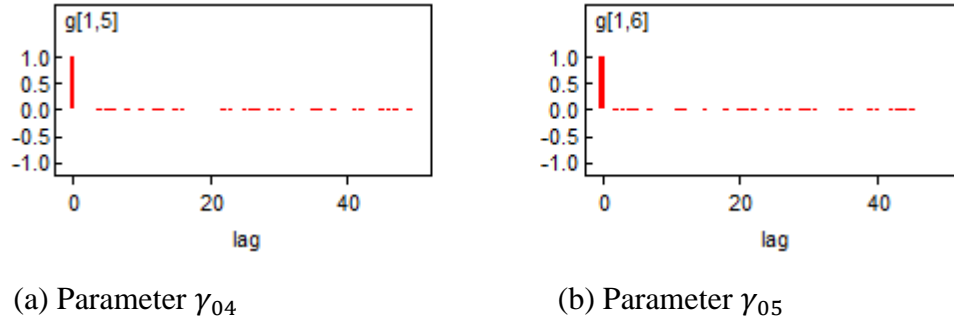
Gambar 4.4 *Serial Plot* Estimasi Parameter Model Alternatif 1 (8.000 Iterasi)

Berdasarkan *serial plot* dari 10.000 sampel yang dibangkitkan (Gambar 4.4), terlihat bahwa sampel yang dihasilkan dalam proses MCMC tidak menunjukkan nilai yang ekstrim. Nilai sampel estimasi parameter yang dihasilkan menunjukkan pola acak yang stabil pada nilai tertentu. Kedua gambar tersebut membuktikan bahwa sampel yang dihasilkan mempunyai sifat yang random (*irreducible*) dan tidak memiliki pola yang periodik (*aperiodic*).

2. *Autocorrelation plot* pada Gambar 4.5 menguatkan bukti bahwa sampel estimasi parameter yang dihasilkan bersifat random. Hal ini ditunjukkan

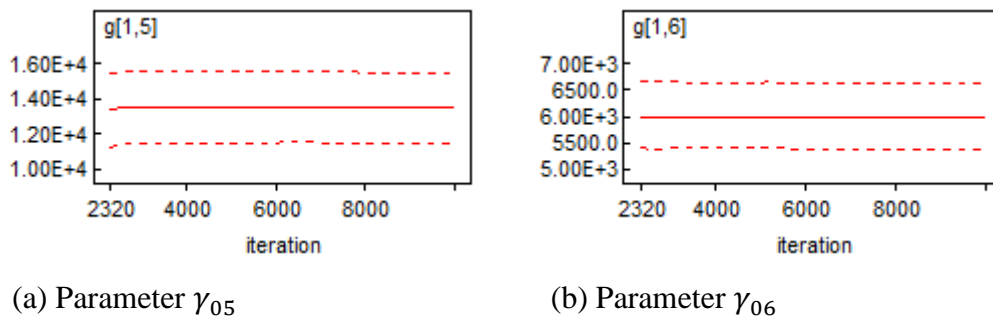


dengan autokorelasi yang bernilai satu hanya pada *lag* 0 dan bernilai nol/mendekati nol pada *lag* selanjutnya.



Gambar 4.5 *Autocorrelation Plot* Estimasi Parameter Model Alternatif 1

3. *Quantiles plot* pada Gambar 4.6 menunjukkan *ergodic mean* hasil estimasi parameter  $\gamma_{0.4}$  dan  $\gamma_{0.5}$  telah mencapai nilai yang stabil dan berada dalam *credible interval*. Hal ini mengindikasikan bahwa estimasi parameter dihasilkan dari suatu proses yang telah mencapai *equilibrium* atau konvergen.



Gambar 4.6 *Quantile Plot* Estimasi Parameter Model Alternatif 1

Berdasarkan MCMC *diagnostic plot* yaitu *trace*, *serial*, *autocorrelation*, dan *quantiles plot*, dapat ditarik kesimpulan bahwa proses estimasi parameter yang telah dilakukan sudah mencapai kondisi yang konvergen. Dengan demikian, estimasi parameter yang dihasilkan dapat digunakan untuk menggambarkan model hirarki pada pengeluaran per kapita rumah tangga di Maluku Utara.

Estimasi parameter model hirarki dua tingkat yang memuat model mikro dan makro dilakukan secara simultan. Ringkasan *posterior* seluruh parameter dalam model hirarki dua tingkat pada pengeluaran per kapita rumah tangga di Maluku Utara diberikan pada Lampiran 6 sampai dengan Lampiran 8. Ringkasan

koefisien regresi model mikro di seluruh kabupaten/kota ditampilkan pada Tabel 4.15.

Tabel 4.15 Ringkasan Estimasi Koefisien Regresi Model Mikro Alternatif 1

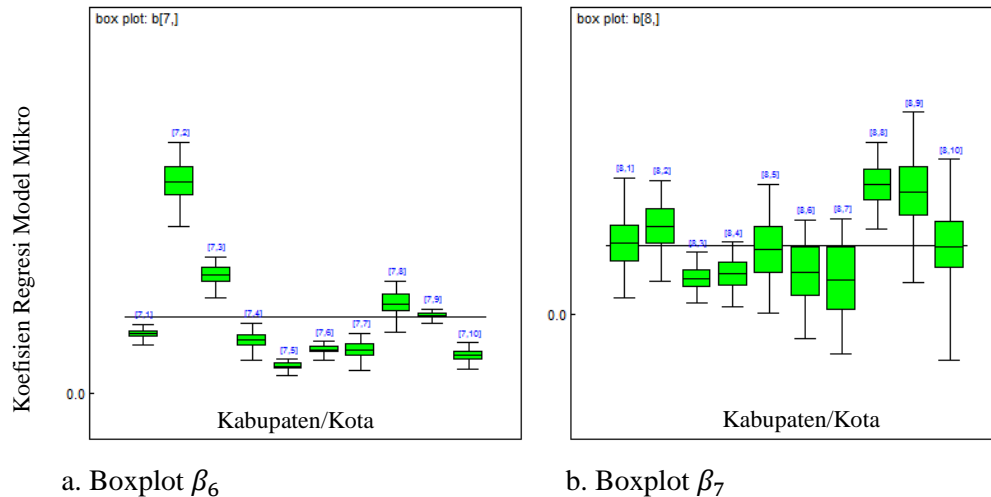
No	Kabupaten/Kota	$\beta_0$	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$	$\beta_4$	$\beta_5$	$\beta_6$	$\beta_7$	$\beta_8$	$\beta_9$
1	Halmahera Barat	198100	-1605.0*	-85510	-12640*	70870	35310	3805	90410	187800	87840
2	Halmahera Tengah	-145000*	-911.3*	-48230	44250*	29690*	61990	13520	114100	87030	139500
3	Kepulauan Sula	61290*	475.3*	-60650	37080	17140*	28480	7572	47480	-43320	85260
4	Halmahera Selatan	240300	-2276.0	-31620*	-7390*	-22940*	20480*	3391	52550	74230	55950
5	Halmahera Utara	100500*	305.8*	-72340	29100*	13840*	61740	1734	85060	14520*	89750
6	Halmahera Timur	217500	-931.3*	-75830	-59080*	-34610*	39310	2776	56560*	276100	97750
7	Pulau Morotai	300100	-1980.0	-28300*	-99010*	19830*	43760	2744	44990*	127900	79240
8	Pulau Taliabu	359600	-2178.0*	-77450	-146100	-84040	35970*	5726	163900	153000	90990
9	Kota Ternate	290200	-4876.0	-212100	-49100*	138900	63230	4957	157400	175400	97790
10	Kota Tidore Kepulauan	201000	-1808.0*	-164600	12940*	9851*	48480	2413	89050*	-20840*	85150

Catatan: \* menyatakan estimasi parameter tidak signifikan pada  $\alpha = 5\%$ .

Uji signifikansi parameter model hirarki dua tingkat menggunakan *credible interval*. Jika *credible interval* memuat nilai nol, maka disimpulkan bahwa estimasi parameter tidak signifikan. Berdasarkan Tabel 4.15 dapat diketahui bahwa koefisien regresi model mikro yang tidak signifikan hampir di seluruh kabupaten/kota adalah  $\beta_1, \beta_3$  dan  $\beta_4$ . Hal ini berarti umur KRT, status kerja KRT dan rumah tangga tani tidak berpengaruh secara signifikan pada pengeluaran per kapita rumah tangga di Maluku Utara. Pada model alternatif 2, prediktor ini tidak diikuti dalam model. Parameter lain yang tidak signifikan adalah  $\beta_1, \beta_2, \beta_5, \beta_7$  dan  $\beta_8$ . Namun karena parameter ini tidak signifikan hanya pada satu sampai dengan dua model mikro, maka prediktor terkait masih dipertimbangkan untuk dimasukkan ke dalam estimasi model alternatif 2.

Pada Tabel 4.15 terlihat adanya perbedaan dan variasi koefisien regresi model mikro. Misal pada koefisien *intercept*, nilai terbesar terdapat di Kota Ternate dan nilai terendah di Kabupaten Kepulauan Sula. Nilai *intercept* pada kedua wilayah ini menunjukkan perbedaan yang cukup jauh, serta bervariasi pada delapan wilayah yang lain. Kondisi yang sama juga terjadi pada koefisien regresi yang lain ( $\beta_1$  sampai dengan  $\beta_9$ ). Variasi koefisien regresi lebih terlihat jika divisualisasikan secara grafis dengan Boxplot. Gambar 4.7 adalah salah satu contoh Boxplot koefisien regresi untuk menggambarkan variasi pada koefisien regresi model

mikro, yaitu pada variabel luas lantai per kapita ( $\beta_6$ ) dan sumber penerangan rumah tangga ( $\beta_7$ ).



Gambar 4.7 Boxplot *Posterior Mean* Koefisien Regresi untuk Variabel Luas Lantai per Kapita dan Sumber Penerangan Rumah Tangga

Variasi koefisien regresi model mikro pada Gambar 4.7 menunjukkan bahwa wilayah yang mempunyai rata-rata nilai  $\beta_6$  terbesar adalah Halmahera Tengah (pada gambar boxplot ditunjukkan dengan simbol [7,2]). Sedangkan wilayah dengan rata-rata nilai  $\beta_6$  terkecil adalah Kabupaten Halmahera Utara [7,5]. Kodisi yang berbeda ditunjukkan oleh variabel sumber penerangan rumah tangga  $\beta_7$  dimana rata-rata koefisien regresi tertinggi ada di kota Ternate [8,9] dan terendah di Kepulauan Sula [8,3]. Boxplot yang menggambarkan variasi seluruh koefisien regresi model mikro Secara lengkap diberikan pada Lampiran 5.

Ringkasan hasil estimasi parameter model makro disajikan pada Tabel 4.16. Berdasarkan tabel tersebut dapat diketahui bahwa tidak semua karakteristik kabupaten/kota berpengaruh secara signifikan pada pengeluaran per kapita rumah tangga, namun jumlahnya tidak banyak. Hal ini ditunjukkan dengan *credible interval* yang tidak memuat nilai nol (Lampiran 7) pada beberapa prediktor karakteristik kabupaten/kota. Oleh karena itu, semua prediktor di tingkat dua tersebut masih dipertimbangkan untuk dimasukkan dalam model alternatif 2.

Tabel 4.16 Ringkasan Estimasi Koefisien Regresi Model Makro Alternatif 1

No	Koefisien Model Mikro	$\gamma_0$	$\gamma_1$	$\gamma_2$	$\gamma_3$	$\gamma_4$	$\gamma_5$	$\gamma_6$	$\gamma_7$
1	$\beta_0$	44950	118,60	2222,00	4783,00	698,80	2528,00	542,20	6774,00
2	$\beta_1$	-2384	1,92*	108,90	232,00	47,12	114,40	-50,53*	369,60
3	$\beta_2$	-63830	201,80	4828,00	8994,00	1806,00	5253,00	1029,00	14950,00
4	$\beta_3$	30230	71,75	1792,00	3495,00	726,20	1849,00	449,40	6440,00
5	$\beta_4$	13500	59,61	796,20	1378,00	250,60	748,70	217,10	2672,00
6	$\beta_5$	5991	12,67*	332,40	610,60	157,80	376,30	114,70	1513,00
7	$\beta_6$	859	0,58*	51,32	85,51	31,75*	66,20	4,81*	98,85
8	$\beta_7$	14360	43,35	781,70	1500,00	259,70	1508,00	199,50	2280,00
9	$\beta_8$	26250	66,92	1491,00	2918,00	555,30	1661,00	362,60	4083,00
10	$\beta_9$	13570	14,35*	894,30	1208,00	556,90	573,40	181,40	1204,00

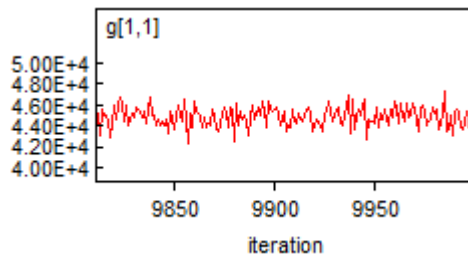
Catatan: \* menyatakan estimasi parameter tidak signifikan pada  $\alpha = 5\%$ .

#### 4.4.2 Model Alternatif 2

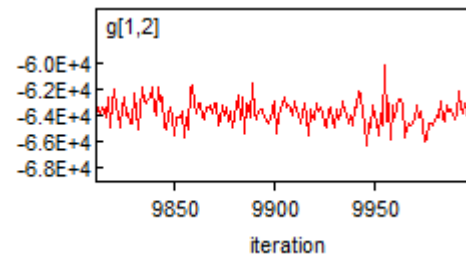
Model alternatif 2 disusun dengan menggunakan prediktor yang berpengaruh secara signifikan pada pengeluaran per kapita berdasarkan hasil estimasi model alternatif 1. Prediktor-prediktor tersebut meliputi enam karakteristik rumah tangga dan tujuh karakteristik kabupaten/kota. Prediktor terkait karakteristik rumah tangga meliputi rasio ketergantungan dalam rumah tangga, ijazah tertinggi KRT, luas lantai per kapita, sumber penerangan, bahan bakar memasak, serta kepemilikan aset oleh KRT.

Berdasarkan MCMC *diagnostic plot* diketahui bahwa estimasi *posterior* dengan MCMC menunjukkan kesesuaian dengan sifat MCMC yaitu *irreducible*, dan *aperiodic*. Kesesuaian sifat MCMC ini, dua diantaranya ditunjukkan melalui *diagnostic plot* pada parameter  $\gamma_{0,0}$  dan  $\gamma_{0,1}$ , yang diuraikan sebagai berikut:

1. *Trace plot* parameter (Gambar 4.8) tidak menunjukkan suatu pola tertentu, cenderung stasioner dan bersifat random. Begitu pula dengan *serial plot* dari 10.000 sampel yang dibangkitkan (Gambar 4.9), terlihat bahwa sampel yang dihasilkan menunjukkan pola acak yang stabil pada nilai tertentu. Sehingga disimpulkan bahwa sampel yang dihasilkan mempunyai sifat *irreducible* dan *aperiodic*.

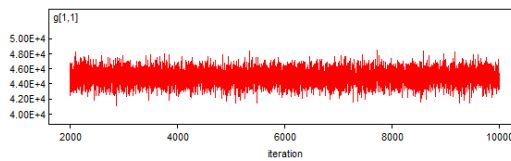


(a) Parameter  $\gamma_{0,0}$

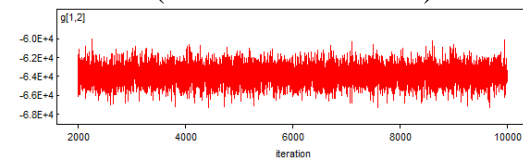


(b) Parameter  $\gamma_{0,1}$

Gambar 4.8 *Trace Plot* Model Alternatif 2 (Iterasi 9.800-10.000)



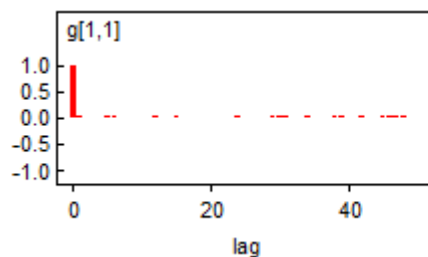
(a) Parameter  $\gamma_{0,0}$



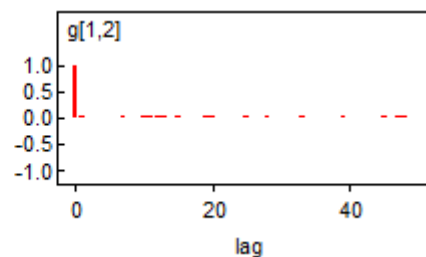
(b) Parameter  $\gamma_{0,1}$

Gambar 4.9 *Serial Plot* Estimasi Parameter Model Alternatif 2 (8.000 Iterasi)

*Autocorrelation plot* pada Gambar 4.10 menguatkan bukti bahwa sampel estimasi parameter yang dihasilkan bersifat random. Hal ini ditunjukkan dengan autokorelasi yang bernilai satu hanya pada *lag* 0 dan bernilai nol/mendekati nol pada *lag* selanjutnya.



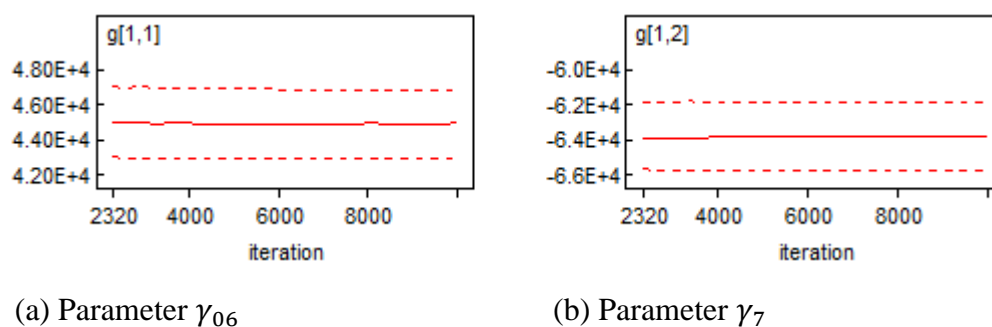
(a) Parameter  $\gamma_{00}$



(b) Parameter  $\gamma_{01}$

Gambar 4.10 *Autocorrelation Plot* Estimasi Parameter Model Alternatif 2

2. *Quantiles plot* pada Gambar 4.11 menunjukkan *ergodic mean* hasil estimasi parameter  $\gamma_{0,0}$  dan  $\gamma_{0,1}$  telah mencapai nilai yang stabil dan berada dalam *credible interval*, sehingga disimpulkan bahwa proses estimasi telah mencapai *equilibrium* atau konvergen.



Gambar 4.11 *Quantile Plot* Estimasi Parameter Model Alternatif 2

Berdasarkan MCMC *diagnostic plot* yaitu *trace*, *serial*, *autocorrelation*, dan *quantiles plot*, dapat ditarik kesimpulan bahwa proses estimasi parameter yang telah dilakukan sudah mencapai kondisi yang konvergen. Tahapan selanjutnya adalah pengujian signifikansi estimasi parameter dengan *credible interval*. Hasil estimasi *posterior* seluruh parameter dalam model alternatif 2 diberikan pada Lampiran 10 sampai dengan Lampiran 12. Ringkasan koefisien regresi model mikro di seluruh kabupaten/kota ditampilkan pada Tabel 4.17.

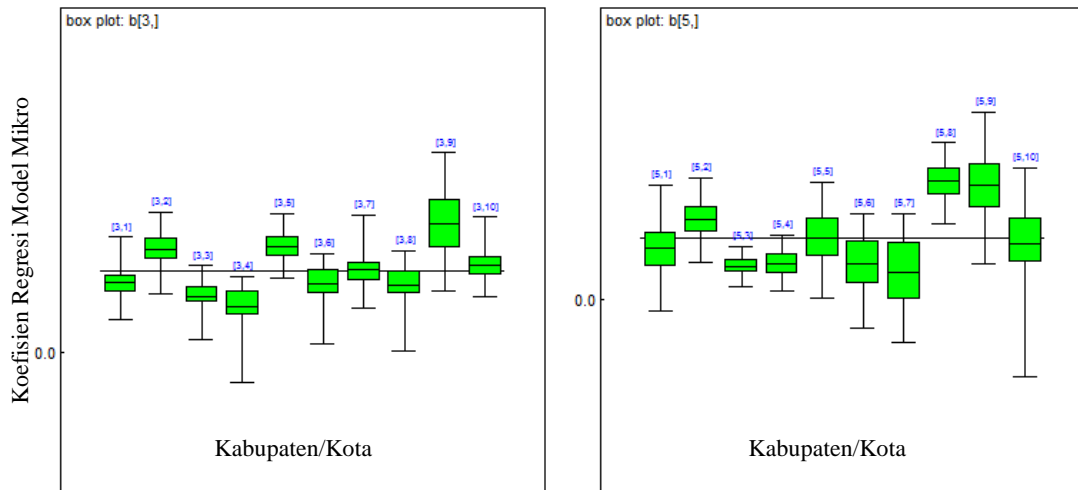
Tabel 4.17 Ringkasan Estimasi Koefisien Regresi Model Mikro Alternatif 2

No	Kabupaten/Kota	$\beta_0$	$\beta_2$	$\beta_5$	$\beta_6$	$\beta_7$	$\beta_8$	$\beta_9$
1	Halmahera Barat	134600	-85170	39600	3590	70740*	202000	80800
2	Halmahera Tengah	-155900	-30330*	58490	13980	113700	105600	132000
3	Kepulauan Sula	120700	-55070	31570	7530	46300	-41440	84610
4	Halmahera Selatan	103300	-10040*	25660*	3237	51090	52890	51950
5	Halmahera Utara	148600	-74320	59800	1635	86520	22990*	90760
6	Halmahera Timur	103600	-67800	38440	2664	48500*	270900	96000
7	Pulau Morotai	116000	-18080*	46530	2858	38340*	110200	78180
8	Pulau Taliabu	502*	-37360*	37690	6054	166900	163600	87640
9	Kota Ternate	-8796*	-193100	72720	4762	158100	176300	92840
10	Kota Tidore Kepulauan	145300	-142700	49660	2189	81450*	-23160*	85400

Catatan: \* menyatakan estimasi parameter tidak signifikan pada  $\alpha = 5\%$ .

Berdasarkan Tabel 4.17 dapat diketahui bahwa tidak semua koefisien regresi model mikro pada model alternatif 2 terbukti signifikan. Prediktor yang signifikan berpengaruh antar kabupaten/kota berbeda-beda. Hanya di kabupaten Kepulauan Sula, semua prediktor mikro berpengaruh pada pengeluaran per kapita rumah tangga. Sama seperti pada model alternatif 1, pada model alternatif 2 juga dapat terlihat variasi koefisien regresi model mikro, seperti tampak pada Gambar

4.12. Berdasarkan Gambar tersebut dapat diketahui bahwa terdapat variasi pengaruh variabel luas lantai per kapita ( $\beta_6$ ) dan bahan bakar untuk memasak ( $\beta_8$ ) terhadap pengeluaran per kapita rumah tangga. Boxplot yang menggambarkan variasi seluruh koefisien regresi model mikro alternatif 2 secara lengkap diberikan pada Lampiran 9.



Gambar 4.12 Boxplot *Posterior Mean* Koefisien Regresi untuk Variabel Luas Lantai per Kapita dan Bahan Bakar untuk Memasak

Tabel 4.18 menampilkan hasil estimasi parameter model makro alternatif 2. Berdasarkan tabel tersebut dapat diketahui bahwa tidak semua karakteristik kabupaten/kota berpengaruh secara signifikan pada pengeluaran per kapita rumah tangga. Hal ini ditunjukkan dengan *credible interval* yang masih memuat nilai nol (Lampiran 11).

Tabel 4.18 Ringkasan Estimasi Koefisien Regresi Model Makro Alternatif 2

No	Koefisien Model Mikro	$\gamma_0$	$\gamma_1$	$\gamma_2$	$\gamma_3$	$\gamma_4$	$\gamma_5$	$\gamma_6$	$\gamma_7$
1	$\beta_0$	44.920	113,70	2.214,00	4.770,00	699,40	2.509,00	540,30	6.778,00
2	$\beta_2$	-63.830	201,60	4.828,00	8.990,00	1.805,00	5.248,00	1.033,00	14.960,00
3	$\beta_5$	5.999	16,09*	336,40	615,00	157,30	373,90	117,50	1.513,00
4	$\beta_6$	860	0,54*	51,51	85,65	32,29*	67,26	4,87*	98,83
5	$\beta_7$	14.360	43,46	780,90	1.496,00	258,40	1.492,00	200,10	2.281,00
6	$\beta_8$	26.250	66,51	1.490,00	2.927,00	555,50	1.666,00	362,60	4.086,00
7	$\beta_9$	13.530	12,96*	888,10	1.163,00	539,10	566,00	178,50	1.203,00

Catatan: \* menyatakan estimasi parameter tidak signifikan pada  $\alpha = 5\%$ .

Berdasarkan Tabel 4.18 terlihat bahwa terdapat beberapa perbedaan pengaruh prediktor tingkat 2 terhadap variasi koefisien regresi mikro. Seluruh prediktor tingkat 2 secara signifikan mempengaruhi variasi koefisien regresi mikro  $\beta_0$ ,  $\beta_2$ ,  $\beta_7$  dan  $\beta_8$ . Sedangkan variasi pada  $\beta_5$  dan  $\beta_9$  secara signifikan tidak dipengaruhi oleh kepadatan penduduk ( $W_1$ ). Selanjutnya, variasi pada  $\beta_6$  terbukti hanya dipengaruhi oleh PDRB per kapita ( $W_2$ ), rasio fasilitas pendidikan ( $W_3$ ), rasio pasar tradisional ( $W_5$ ) dan persentase PAD terhadap total belanja daerah ( $W_7$ ).

#### 4.4.3 Pemilihan Model Terbaik

Pemodelan pengeluaran per kapita rumah tangga di Maluku Utara pada penelitian dilakukan dengan dua alternatif model. Model pertama menyertakan semua prediktor yang telah ditetapkan sebelumnya. Model kedua dibangun dengan mengeluarkan prediktor yang tidak signifikan pada model pertama, dimana hanya tiga variabel prediktor yang tidak signifikan. Tabel 4.19 menyajikan nilai DIC dan  $R^2$  yang akan digunakan sebagai ukuran kebaikan model terbaik.

Tabel 4.19 Ukuran Kebaikan Model Alternatif 1 dan 2

Model	DIC	$R^2$
Alternatif 1	105.678	55,03
Alternatif 2	105.723	53,72

Berdasarkan Tabel 4.19 diketahui bahwa model dengan nilai DIC terkecil adalah model alternatif pertama. Dengan mempertimbangkan nilai DIC tersebut, maka dapat disimpulkan bahwa model alternatif pertama lebih baik dibanding model alternatif kedua. Kondisi ini juga diperkuat oleh nilai koefisien determinasi yang sedikit lebih tinggi pada model alternatif pertama. Nilai koefisien determinasi ini menggambarkan seberapa besar model dapat menjelaskan keragaman dalam data pengeluaran per kapita rumah tangga. Berdasarkan nilai ini, maka dapat ditunjukkan bahwa model alternatif pertama bisa menjelaskan keragaman data sebesar 55,03%. Sementara model alternatif kedua hanya bisa menjelaskan keragaman data pengeluaran per kapita sebesar 53,72%.



#### 4.4.4 Pengaruh Karakteristik Rumah Tangga dan Kabupaten/Kota terhadap Pengeluaran per Kapita Rumah Tangga di Maluku Utara

Pemilihan model terbaik dengan berdasarkan nilai DIC dan  $R^2$  menunjukkan bahwa model alternatif pertama lebih baik dibanding model alternatif pertama. Selanjutnya akan dibahas pengaruh karakteristik rumah tangga dan kabupaten/kota terhadap pengeluaran per kapita rumah tangga di Maluku Utara berdasarkan model terpilih. Pada pembahasan sub bab sebelumnya, diketahui bahwa model alternatif pertama memiliki beberapa parameter yang terbukti tidak signifikan. Oleh karena itu, pada sub bab ini hanya akan dibahas pengaruh yang signifikan pada pengeluaran per kapita rumah tangga di Maluku Utara.

Berdasarkan Tabel 4.15, model mikro menghasilkan 10 model regresi yang menggambarkan pengaruh karakteristik rumah tangga terhadap pengeluaran per kapita untuk setiap rumah tangga. Sebagai salah satu contoh, model mikro untuk kabupaten Halmahera Barat dapat ditulis sebagai berikut:

$$Y_1 = 198.100 - 85.510 X_{2,1} + 70.870 X_{4,1} + 35.310 X_{5,1} + 3.805 X_{6,1} + 90.410 X_{7,1} + 187.800 X_{8,1} + 87.840 X_{9,1}. \quad (4.29)$$

Model mikro untuk masing-masing kabupaten/kota dapat dituliskan dengan cara yang sama seperti pada persamaan (4.29) berdasar pada koefisien yang signifikan pada Tabel 4.15.

Persamaan (4.29) menunjukkan bahwa pengeluaran per kapita rumah tangga di Halmahera Barat akan lebih tinggi pada rumah tangga yang mengusahakan pertanian, karena prediktor ini mempunyai pengaruh yang positif terhadap pengeluaran per kapita rumah tangga. Pengaruh positif juga ditunjukkan oleh ijazah tertinggi KRT, luas lantai per kapita, sumber penerangan dalam rumah, bahan bakar memasak yang digunakan dan kepemilikan aset oleh rumah tangga. Sebaliknya rumah tangga dengan rasio ketergantungan yang lebih besar, pengeluaran per kapita rumah tangganya cenderung lebih kecil dibanding rumah tangga dengan rasio ketergantungan yang lebih tinggi.

Secara umum, karakteristik rumah tangga yang mempunyai pengaruh negatif terhadap pengeluaran per kapita adalah umur KRT dan rasio beban ketergantungan. Sementara tujuh prediktor yang lain menunjukkan pengaruh positif

terhadap pengeluaran per kapita. Namun demikian, Tabel 4.15 memperlihatkan bahwa karakteristik rumah tangga yang secara signifikan berpengaruh pada pengeluaran per kapita rumah tangga berbeda-beda. Umur KRT menunjukkan pengaruh yang negatif terhadap pengeluaran per kapita rumah tangga hanya di Halmahera Selatan, Pulau Morotai dan Kota Ternate. Sedangkan di tujuh kabupaten/kota lain tidak menunjukkan pengaruh yang signifikan. Meskipun rata-rata umur KRT di setiap kabupaten/kota tidak berbeda jauh, namun di tujuh kabupaten/kota tersebut tidak terlihat adanya perbedaan pengeluaran per kapita rumah tangga pada umur KRT yang berbeda.

Rasio beban ketergantungan juga menunjukkan pengaruh negatif terhadap pengeluaran per kapita rumah tangga. Hal ini berarti rumah tangga dengan beban ketergantungan yang lebih besar, cenderung mempunyai pengeluaran per kapita rumah tangga yang lebih rendah. Variabel ini tidak terbukti secara signifikan berpengaruh pada pengeluaran per kapita rumah tangga di Halmahera Selatan dan Pulau Morotai. Hal ini disebabkan oleh variasi pengeluaran per kapita rumah tangga menurut rasio ketergantungan dalam rumah tangga di kedua kabupaten tersebut relatif rendah.

Status KRT yang bekerja dan rumah tangga usaha tani di sebagian besar kabupaten/kota tidak menunjukkan pengaruh yang signifikan. Pada kenyataannya, KRT di Maluku Utara mempunyai status bekerja dengan jenis pekerjaan dan penghasilan yang hampir homogen. Begitu juga dengan rumah tangga usaha tani. Rumah tangga yang mengusahakan pertanian atau tidak, cenderung memiliki pengeluaran per kapita rumah tangga yang hampir sama. Sebagian besar masyarakat di Maluku Utara tidak hanya bertumpu pada satu jenis pekerjaan/usaha untuk memenuhi kebutuhan rumah tangganya. Keadaan ini yang diduga menyebabkan tidak ada variasi pengeluaran per kapita rumah tangga jika ditinjau dari status KRT yang bekerja dan status rumah tangga tani.

Pendidikan tertinggi yang ditamatkan KRT secara umum berpengaruh positif terhadap pengeluaran per kapita rumah tangga di seluruh kabupaten/kota kecuali di Halmahera Selatan dan Pulau Taliabu. KRT di kabupaten ini didominasi oleh KRT dengan pendidikan rendah (Ijazah maksimal SMP). Sementara pengeluaran per kapita rumah tangga di dua kabupaten ini tidak jauh berbeda antara

rumah tangga dengan KRT berijazah minimal SMA dan KRT yang berijazah lebih rendah. Sebagian besar rumah tangga di kabupaten ini adalah rumah tangga pertanian yang tidak tergantung pada tingkat pendidikan KRT.

Karakteristik luas lantai per kapita dan kepemilikan aset terbukti secara signifikan berpengaruh pada pengeluaran per kapita rumah tangga di seluruh kabupaten/kota. Hal ini sedikit berbeda pada prediktor karakteristik rumah tangga pengguna listrik dan rumah tangga yang tidak menggunakan kayu sebagai bahan bakar memasak. Pengeluaran per kapita rumah tangga di Halmahera Timur, Pulau Morotai dan Kota Tidore Kepulauan, terbukti tidak dipengaruhi oleh pemakaian listrik/tidak dalam rumah. Sedangkan adanya perbedaan penggunaan kayu bakar sebagai bahan bakar untuk memasak, tidak dapat dibuktikan dapat mempengaruhi variasi pengeluaran per kapita rumah tangga di Halmahera Utara dan Kota Tidore Kepulauan.

Berbeda dengan model mikro, model makro mempunyai interpretasi yang lebih luas untuk menggambarkan faktor yang berpengaruh pada pengeluaran per kapita rumah tangga. Parameter dalam model makro dapat menjelaskan adanya pengaruh prediktor karakteristik rumah tangga ataupun karakteristik kabupaten/kota bahkan interaksi dari keduanya. Tabel 4.16 menampilkan hasil estimasi parameter model makro berdasarkan model alternatif 1. Berdasarkan tabel tersebut dapat diketahui bahwa baik karakteristik rumah tangga ataupun karakteristik kabupaten/kota berpengaruh secara signifikan pada pengeluaran per kapita rumah tangga. Namun tidak demikian untuk pengaruh interaksi karakteristik rumah tangga dan karakteristik kabupaten/kota, di mana beberapa diantaranya tidak terbukti berpengaruh secara signifikan pada pengeluaran per kapita rumah tangga.

Selanjutnya akan dibahas pengaruh karakteristik rumah tangga dan kabupaten/kota pada pengeluaran per kapita rumah tangga di Maluku Utara berdasarkan model makro. Tabel 4.17 disajikan untuk alasan kemudahan dalam menginterpretasikan parameter model makro. Tabel tersebut memuat variabel yang signifikan sesuai Tabel 4.16.

Tabel 4.20 Koefisien Regresi Model Hirarki Dua Tingkat Berdasarkan Distribusi Gamma Tiga Parameter pada Data Pengeluaran per Kapita Rumah Tangga di Maluku Utara

No	Para meter	Variabel	<i>Posterior Mean</i>	No	Para meter	Variabel	<i>Posterior Mean</i>
<b>Karakteristik Rumah Tangga</b>							
1	$\gamma_{00}$	Konstanta	44.950	6	$\gamma_{05}$	Pend.KRT	5.991
2	$\gamma_{01}$	UmurKRT	-2.384	7	$\gamma_{06}$	LtKapita	859
3	$\gamma_{02}$	RasioBeban	-63.830	8	$\gamma_{07}$	Listrik	14.360
4	$\gamma_{03}$	KRTKerja	30.230	9	$\gamma_{08}$	NonKayu	26.250
5	$\gamma_{04}$	RutaTani	13.500	10	$\gamma_{09}$	Aset	13.570
<b>Karakteristik Kabupaten/Kota</b>							
11	$\gamma_{10}$	Padat	118,60	15	$\gamma_{50}$	Pasar	2.528,00
12	$\gamma_{20}$	PDRB	2.222,00	16	$\gamma_{60}$	Jalan	542,20
13	$\gamma_{30}$	Fasdik	4.783,00	17	$\gamma_{70}$	PAD	6.774,00
14	$\gamma_{40}$	Faskes	698,80				
<b>Interaksi antara Karakteristik Rumah Tangga dan Karakteristik Kabupaten/Kota</b>							
18	$\gamma_{12}$	Padat * RasioBeban	201,80	41	$\gamma_{41}$	Faskes * UmurKRT	47,12
19	$\gamma_{13}$	Padat * KRTKerja	71,75	42	$\gamma_{42}$	Faskes * RasioBeban	1.806,00
20	$\gamma_{14}$	Padat * RutaTani	59,61	43	$\gamma_{43}$	Faskes * KRTKerja	726,20
21	$\gamma_{17}$	Padat * Listrik	43,35	44	$\gamma_{44}$	Faskes * RutaTani	250,60
22	$\gamma_{18}$	Padat * NonKayu	66,92	45	$\gamma_{45}$	Faskes * Pend.KRT	157,80
23	$\gamma_{21}$	PDRB * UmurKRT	108,90	46	$\gamma_{47}$	Faskes * Listrik	259,70
24	$\gamma_{22}$	PDRB * RasioBeban	4.828,00	47	$\gamma_{48}$	Faskes * NonKayu	555,30
25	$\gamma_{23}$	PDRB * ARTKerja	1.792,00	48	$\gamma_{49}$	Faskes * Aset	556,90
26	$\gamma_{24}$	PDRB * RutaTani	796,20	49	$\gamma_{51}$	Pasar * UmurKRT	114,40
27	$\gamma_{25}$	PDRB * Pend.KRT	332,40	50	$\gamma_{52}$	Pasar * RasioBeban	5.253,00
28	$\gamma_{26}$	PDRB * LtKapita	51,32	51	$\gamma_{53}$	Pasar * KRTKerja	1.849,00
29	$\gamma_{27}$	PDRB * Listrik	781,70	52	$\gamma_{54}$	Pasar * RutaTani	748,70
30	$\gamma_{28}$	PDRB * NonKayu	1.491,00	53	$\gamma_{55}$	Pasar * Pend.KRT	376,30
31	$\gamma_{29}$	PDRB * Aset	894,30	54	$\gamma_{56}$	Pasar * LtKapita	66,20
32	$\gamma_{31}$	Fasdik * UmurKRT	232,00	55	$\gamma_{57}$	Pasar * Listrik	1.508,00
33	$\gamma_{32}$	Fasdik * RasioBeban	8.994,00	56	$\gamma_{58}$	Pasar * NonKayu	1.661,00
34	$\gamma_{33}$	Fasdik * KRTKerja	3.495,00	57	$\gamma_{59}$	Pasar * Aset	573,40
35	$\gamma_{34}$	Fasdik * RutaTani	1.378,00	58	$\gamma_{62}$	Jalan * RasioBeban	1.029,00
36	$\gamma_{35}$	Fasdik * Pend.KRT	610,60	59	$\gamma_{63}$	Jalan * KRTKerja	449,40
37	$\gamma_{36}$	Fasdik * LtKapita	85,51	60	$\gamma_{64}$	Jalan * RutaTani	217,10
38	$\gamma_{37}$	Fasdik * Listrik	1.500,00	61	$\gamma_{65}$	Jalan * Pend.KRT	114,70
39	$\gamma_{38}$	Fasdik * NonKayu	2.918,00	62	$\gamma_{67}$	Jalan * Listrik	199,50
40	$\gamma_{39}$	Fasdik * Aset	1.208,00	63	$\gamma_{68}$	Jalan * NonKayu	362,60

Tabel 4.20 (Lanjutan)

No	Parameter	Variabel	Posterior Mean	No	Parameter	Variabel	Posterior Mean
<b>Interaksi antara Karakteristik Rumah Tangga dan Karakteristik Kabupaten/Kota</b>							
64	$\gamma_{69}$	Jalan * Aset	181,40	69	$\gamma_{75}$	PAD * Pend.KRT	1.513,00
65	$\gamma_{71}$	PAD * UmurKRT	369,60	70	$\gamma_{76}$	PAD * LtKapita	98,85
66	$\gamma_{72}$	PAD * RasioBeban	14.950,00	71	$\gamma_{77}$	PAD * Listrik	2.280,00
67	$\gamma_{73}$	PAD * KRTKerja	6.440,00	72	$\gamma_{78}$	PAD * NonKayu	4.083,00
68	$\gamma_{74}$	PAD * RutaTani	2.672,00	73	$\gamma_{79}$	PAD * Aset	1.204,00

Jika dilihat dari nilai koefisien regresi yang diperoleh, karakteristik kabupaten/kota yang dominan mempengaruhi pengeluaran per kapita rumah tangga adalah rasio fasilitas pendidikan per 1.000 penduduk usia sekolah. Sedangkan karakteristik kabupaten/kota yang mempunyai pengaruh terendah terhadap pengeluaran per kapita rumah tangga adalah kepadatan penduduk. Meskipun kepadatan penduduk berpengaruh positif pada pengeluaran per kapita rumah tangga, namun kontribusinya rendah pada kesenjangan pengeluaran per kapita rumah tangga antar kabupaten/kota.

Berdasarkan hasil estimasi parameter model makro dapat diketahui bahwa semua prediktor karakteristik kabupaten/kota berpengaruh positif terhadap pengeluaran per kapita rumah tangga. Rumah tangga di wilayah dengan PDRB per kapita yang lebih besar, cenderung memiliki pengeluaran per kapita yang lebih besar juga. PDRB per kapita dalam konteks ini merepresentasikan tingkat pertumbuhan ekonomi di kabupaten/kota. Dengan demikian dapat disimpulkan bahwa kabupaten/kota dengan tingkat pertumbuhan ekonomi yang baik, maka pengeluaran per kapita rumah tangga di daerah tersebut juga akan baik. Hal ini tentunya harus didorong dengan produktivitas ekonomi masyarakat setempat.

Ketersediaan fasilitas pendidikan dan kesehatan yang memadai juga terbukti memberi pengaruh positif pada pengeluaran per kapita rumah tangga. Begitu juga dengan ketersediaan prasarana jalan yang memadai. Daerah dengan prasarana jalan yang memadai, tentunya akan memperlancar arus barang yang masuk dan keluar dari daerah tersebut. Hal ini akan mendorong pergerakan ekonomi di daerah tersebut, sehingga pengeluaran per kapita rumah tangga juga akan terdorong. Selain itu, persentase PAD terhadap total belanja daerah terbukti

signifikan berpengaruh positif pada pengeluaran per kapita rumah tangga. Daerah dengan kontribusi PAD yang tinggi cenderung mempunyai pengeluaran per kapita rumah tangga yang lebih tinggi dibanding daerah dengan kontribusi PAD yang lebih rendah.

Parameter dalam model makro merupakan komponen utama pembentukan *single equation model* pada model hirarki. Sesuai dengan persamaan (2.3), *single equation model* untuk pemodelan pengeluaran per kapita rumah tangga di Maluku Utara dapat dituliskan dengan persamaan berikut:

$$\begin{aligned}
 Y &\sim \text{Gamma3}(\alpha, \phi, \lambda), \\
 \lambda &= \gamma_{0.0} + \gamma_{1.0}W_1 + \cdots + \gamma_{7.0}W_7 + (\gamma_{0.1} + \gamma_{2.1}W_2 + \cdots + \gamma_{7.1}W_7)X_1 \\
 &\quad + \cdots + (\gamma_{0.9} + \gamma_{2.9}W_2 + \cdots + \gamma_{7.9}W_7)X_9 \\
 \lambda &= \gamma_{0.0} + \gamma_{0.1}X_1 + \gamma_{0.2}X_2 + \cdots + \gamma_{0.9}X_9 + \gamma_{1.0}W_1 + \cdots + \gamma_{7.0}W_7 + \\
 &\quad \gamma_{2.1}W_2X_1 + \cdots + \gamma_{7.1}W_7X_1 + \cdots + \gamma_{2.9}W_2X_9 + \cdots + \gamma_{7.9}W_7X_9. \quad (4.30)
 \end{aligned}$$

Dengan mempertimbangkan seluruh koefisien regresi model makro yang signifikan pada Tabel 4.16 dan Tabel 4.20, maka penulisan persamaan (4.30) untuk pemodelan pengeluaran per kapita rumah tangga di Maluku Utara seperti pada persamaan (4.31).

$$\begin{aligned}
 Y &\sim \text{Gamma3}(\alpha, \phi, \lambda), \\
 \lambda &= 44.950 - 2.384 X_1 - 63.830 X_2 + \cdots + 13.570 X_9 + 118.6 W_1 + \\
 &\quad + \cdots + 6.774 W_7 + 108,9 W_2X_1 + \cdots + 369,6 W_7X_1 + \cdots + \\
 &\quad 894,3 W_2X_9 + \cdots + 1.204 W_7X_9. \quad (4.31)
 \end{aligned}$$

Persamaan (4.31) memberikan gambaran penulisan *single equation model* pada model hirarki.

Salah satu kelebihan model hirarki adalah dapat menyajikan *cross-level interaction* yang merupakan konsekuensi adanya variasi *slope* model mikro. Nilai ini dapat menggambarkan perbedaan pengeluaran per kapita rumah tangga dengan karakteristik rumah tangga yang sama namun berasal dari wilayah berbeda. Pada keadaan ini, karakteristik kabupaten/kota berperan sebagai *moderator effect* pada hubungan antara karakteristik rumah tangga dengan tingkat pengeluaran per kapita

rumah tangga. Sehingga interpretasi yang diperoleh dari model mikro disesuaikan dengan karakteristik kabupaten/kota masing-masing.

Berdasar pada konsep model hirarki, pola pengaruh karakteristik rumah tangga bisa direpresentasikan dari nilai koefisien regresi hasil interaksi antara karakteristik rumah tangga sebagai prediktor pada model mikro dengan karakteristik kabupaten/kota sebagai prediktor pada model makro. Akibatnya, jika terdapat dua rumah tangga dengan karakteristik yang sama, maka dapat memberikan pengaruh berbeda terhadap pengeluaran per kapita rumah tangga jika dua rumah tangga tersebut berasal dari kabupaten/kota yang berbeda. Nilai koefisien regresi hasil interaksi antara karakteristik rumah tangga dan karakteristik kabupaten/kota seperti pada Tabel 4.20.

Misalkan untuk variabel rumah tangga pengguna listrik dan akses jalan. Rumah tangga yang menggunakan listrik sebagai sumber penerangan utama di rumahnya, cenderung memiliki pengeluaran per kapita yang lebih tinggi dibanding rumah tangga yang tidak menggunakan listrik. Namun jika terdapat dua rumah tangga yang sama-sama menggunakan listrik, tapi berasal dari dua wilayah yang berbeda, maka tingkat pengeluaran per kapita rumah tangga cenderung berbeda. Wilayah dengan akses jalannya lebih baik (ditunjukkan dengan lebih tingginya persentase desa dengan jalan yang dapat dilalui kendaraan roda empat sepanjang tahun), maka wilayah tersebut cenderung memiliki pengeluaran per kapita rumah tangga yang lebih tinggi. Demikian juga untuk interpretasi pada prediktor-prediktor model mikro dan model makro yang lain.

Salah satu yang menarik dari hasil pemodelan pengeluaran per kapita rumah tangga di Maluku Utara yaitu interaksi dari prediktor umur KRT dan rasio beban ketergantungan dalam rumah tangga dengan semua prediktor karakteristik kabupaten/kota. Berdasarkan Tabel 4.20 diketahui bahwa umur KRT dan rasio beban ketergantungan mempunyai pengaruh negatif terhadap pengeluaran per kapita rumah tangga. Namun demikian, karena adanya pengaruh prediktor di tingkat kabupaten/kota, pengaruh interaksinya menjadi bernilai positif. Salah satu contoh interaksi antara rasio beban dan kontribusi PAD. Rumah tangga dengan rasio beban ketergantungan yang tinggi, cenderung memiliki pengeluaran per kapita yang lebih rendah dibanding rumah tangga dengan rasio beban

ketergantungan yang lebih rendah. Namun jika terdapat dua rumah tangga dengan rasio beban ketergantungan yang sama, maka tingkat pengeluaran per kapita rumah tangga cenderung berbeda jika rumah tangga berasal dari daerah dengan kontribusi PAD yang berbeda. Wilayah dengan kontribusi PAD yang lebih besar, maka pengeluaran per kapita rumah tangga di daerah tersebut cenderung lebih tinggi dibanding daerah dengan kontribusi PAD yang lebih kecil. Keadaan ini menggambarkan bahwa karakteristik yang berbeda-beda antar kabupaten/kota dapat berpengaruh secara signifikan pada pengeluaran per kapita rumah tangga di kabupaten/kota tersebut.

Adanya koefisien regresi yang menggambarkan interaksi antara prediktor model mikro dan makro, merupakan kelebihan dari model hirarki dua tingkat. Koefisien ini lebih memperkaya interpretasi dari model pengeluaran per kapita rumah tangga. Selain itu, dengan adanya prediktor pada tingkat yang berbeda, membuat model hirarki lebih dapat menangkap fenomena riil di lapangan.



## BAB 5

### KESIMPULAN DAN SARAN

#### 5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil penelitian ini, dengan menggunakan model hirarki dua tingkat dengan pendekatan Bayesian diperoleh kesimpulan sebagai berikut:

1. Pengeluaran per kapita rumah tangga di setiap kabupaten/kota di Maluku Utara menunjukkan karakteristik yang khas. Pengeluaran per kapita rumah tangga mempunyai sifat nilainya selalu positif dengan nilai minimum tidak pernah sama dengan atau lebih kecil dari nol. Distribusi yang sesuai untuk pengeluaran per kapita rumah tangga adalah distribusi Gamma tiga parameter.
2. Penambahan *add-ins* distribusi Gamma tiga parameter perlu dilakukan karena dalam *software* yang digunakan untuk estimasi parameter model hirarki, yaitu WinBUGS, belum menyediakan distribusi ini. Penambahan *add-ins* dilakukan dengan menggunakan *software* pendukung yaitu *BlackBox Component Builder* dan WBDDev.
3. Hasil implementasi model hirarki dua tingkat berbasis distribusi Gamma tiga parameter pada pengeluaran per kapita rumah tangga di Maluku Utara menunjukkan variasi koefisien regresi model mikro antar kabupaten/kota. Variasi ini terbukti secara signifikan dipengaruhi oleh karakteristik rumah tangga dan karakteristik kabupaten/kota. Dengan demikian, model hirarki dua tingkat dengan pendekatan Bayesian terbukti dapat menggambarkan pengaruh prediktor pada tingkatan berbeda terhadap pengeluaran per kapita rumah tangga di Maluku Utara.
4. Hasil pemodelan hirarki dua tingkat dengan pendekatan Bayesian juga menunjukkan pengaruh signifikan pada koefisien regresi yang menggambarkan *cross-level interaction* antara karakteristik rumah tangga dan karakteristik kabupaten/kota. Oleh karena itu, besarnya pengaruh karakteristik rumah tangga tidak bisa diberlakukan secara umum kepada rumah tangga di Maluku Utara. Akan tetapi pengaruh karakteristik rumah tangga harus disesuaikan dengan karakteristik kabupaten/kota asal rumah tangga.

## 5.2 Saran

Dengan mempertimbangkan hasil dari penelitian ini, maka dapat direkomendasikan beberapa saran sebagai berikut:

1. Faktor-faktor yang mempengaruhi pola pengeluaran per kapita rumah tangga sangat banyak dan bisa mencakup berbagai bidang. Oleh karena itu diperlukan penambahan metode *variable selection* pada model hirarki. Dengan memasukkan metode ini, diharapkan model yang dibangun akan lebih merepresentasikan keadaan sebenarnya dan interpretasi model akan lebih bermakna.
2. Distribusi Gamma tiga parameter mempunyai tiga parameter dan tiga jenis *link function*. Pada penelitian ini, pemodelan hirarki hanya menggunakan parameter ketiga distribusi Gamma tiga parameter. Pada penelitian selanjutnya, model hirarki berdasarkan distribusi Gamma tiga parameter ini bisa dikembangkan dengan membangun struktur model yang melibatkan parameter distribusi Gamma tiga parameter dan *link function* secara bersama-sama dalam satu analisis. Alternatif model ini diharapkan bisa meningkatkan akurasi model hirarki yang dibentuk.
3. Pada 2011 dan 2015, BPS membangun model pengeluaran per kapita rumah tangga dari hasil Susenas untuk mengestimasi pengeluaran per kapita rumah tangga hasil Pendataan Basis Data Terpadu (PBDT). Basis data ini merupakan data strategis bagi pemerintah yang memuat rumah tangga sasaran penerima manfaat khususnya untuk program-program percepatan penanggulangan kemiskinan. Model yang dibentuk adalah model regresi unilevel pada setiap kabupaten/kota dengan melibatkan karakteristik individu, rumah tangga dan komunitas. Mengingat karakteristik dan struktur data yang digunakan, maka model hirarki yang dibahas pada penelitian ini bisa menjadi alternatif model bagi BPS yang dapat digunakan untuk membangun BDT pada kegiatan selanjutnya.

## DAFTAR PUSTAKA

- Aeni, E. Q. (2009). *Pendekatan CART Arcing untuk Klasifikasi Kesejahteraan Rumah Tangga di Provinsi Jawa Tengah*. Institut Teknologi Sepuluh Nopember, Surabaya.
- Alaiz, M. P., dan Victoria-Feser, M. P. (1996). *Modelling Income Distribution in Spain: A Robust Parametric Approach*. London: London School of Economics and Political Science.
- Arpino, B., dan Aassve, A. (2007). Dynamic Multi-level Analysis of Households Living Standards and Poverty: Evidence from Vietnam. *Working Paper, ISER, University of Essex*. [https://www.iser.essex.ac.uk/files/iser\\_working\\_papers/2007-10.pdf](https://www.iser.essex.ac.uk/files/iser_working_papers/2007-10.pdf).
- Basak, I., dan Balakrishnan, N. (2012). Estimation for the Three-Parameter Gamma Distribution Based on Progressively Censored Data. *Statistical Methodology*, 9(3), 305-319.
- Bono, F., Cracolici, M. F., dan Cuffaro, M. (2016). A Hierarchical Model for Analysing Consumption Patterns in Italy Before and During The Great Recession. *Social Indicators Research*, 1-16.
- Box, G. E., dan Tiao, G. C. (1973). *Bayesian Inference in Statistical Analysis*. United State: Addison-Wesley.
- BPS. (2015a). *Pengeluaran untuk Konsumsi Penduduk Indonesia per Provinsi 2015*. Jakarta: Badan Pusat Statistik.
- BPS. (2015b). *Provinsi Maluku Utara dalam Angka 2015*. Ternate: Badan Pusat Statistik Provinsi Maluku Utara.
- BPS. (2015c). *Statistik Keuangan Pemerintah Provinsi dan Kabupaten/Kota di Provinsi Maluku Utara 2014-2015*. Ternate: Badan Pusat Statistik Provinsi Maluku Utara.
- Browne, W. J., dan Draper, D. (2006). A Comparison of Bayesian and Likelihood-Based Methods for Fitting Multilevel Models. *Bayesian analysis*, 1(3), 473-514.
- Carlin, B. P., dan Chib, S. (1995). Bayesian Model Choice via Markov Chain Monte Carlo Methods. *Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological)*, 473-484.

- Casella, G., dan George, E. I. (1992). Explaining the Gibbs Sampler. *The American Statistician*, 46(3), 167-174.
- Chaudhry, I. S., Malik, S., dan ul Hassan, A. (2009). The Impact of Socioeconomic and Demographic Variables on Poverty: a Village Study. *The Lahore Journal of Economics*, 14(1), 39.
- Chen, C., dkk. (2015). Hierarchical Bayesian random intercept model-based cross-level interaction decomposition for truck driver injury severity investigations. *Accident Analysis & Prevention*, 85, 186-198.
- Congdon, P. (2007). *Bayesian Statistical Modelling, Second Edition*. London: John Wiley & Sons.
- De Leeuw, J., Meijer, E., dan Goldstein, H. (2008). *Handbook of multilevel analysis*. New York: Springer.
- Gelman, A., dkk. (2014). *Bayesian Data Analysis, Third Edition*. Boca Raton, FL, USA: Chapman & Hall/CRC.
- Goldstein, H. (1995). *Multilevel Statistical Models*. London: Edward Arnold.
- Guo, Y., Bowman, F. D., dan Kilts, C. (2008). Predicting the Brain Response to Treatment using a Bayesian Hierarchical Model with Application to a Study of Schizophrenia. *Hum Brain Mapp* 29(9): 1092-1109.
- Haughton, D., dan Nguyen, P. (2010). Multilevel Models and Inequality in Vietnam. *Journal of Data Science*, 8: 289-306.
- Haughton, J., dan Khandker, S. R. (2009). *Handbook on Poverty + Inequality*. Washington, DC: World Bank Publications.
- Hox, J. J. (2010). *Multilevel Analysis: Techniques and Applications, Quantitative Methodology Series*. New York: Routledge.
- Irawan, P. B., dkk. (2016). *Official Statistics, Sosial - Kependudukan Dasar*. Bogor: In Media.
- Iriawan, N. (2012). *Pemodelan dan Analisis Data-Driven, Volume 1*. Surabaya: ITS Press.
- Ismartini, P. (2013). *Pengembangan Model Linear Hirarki dengan Pendekatan Bayesian untuk Pemodelan Data Pengeluaran Perkapita Rumah tangga*. (Disertasi), Institut Teknologi Sepuluh Nopember, Surabaya.

- Ismartini, P., Iriawan, N., dan Ulama, B. S. S. (2013). *Perbandingan Model Unilevel dan Multilevel pada Analisis Data Berstruktur Hirarki dengan Pendekatan Bayesian*. Paper presented at the Prosiding Seminar Nasional Matematika IV.
- Johnson, N. L., Kotz, S., dan Balakrishnan, N. (1995). *Continues Univariate Distributions Volume 1 Second Edition*. New York: John Wiley and Sons.
- Koop, G. (2003). *Bayesian Econometrics*. Chichester, England: John Wiley & Sons.
- Kruschke, J. K., dan Vanpaemel, W. (2015). Bayesian Estimation in Hierarchical Models. *The Oxford Handbook of Computational and Mathematical Psychology*, 279.
- Lehman, E. L., dan Romano, J. P. (2005). *Testing Statistical Hypothesis, Third Edition*. New York: Springer.
- Liu, Y., dkk. (2008). A Bayesian Hierarchical Model for Urban Air Quality Prediction under Uncertainty. *Atmospheric Environment*, 42: 8464–8469.
- Ntzoufras, I. (2009). *Bayesian Modeling in WinBugs*. New Jersey, USA: John Wiley & Sons, Inc.
- Pertiwi, R. (2012). *Pemodelan Pengeluaran per Kapita per Kabupaten/Kota di Kalimantan Barat Menggunakan Metode Hirarki Bayesian*. (Tesis), Institut Teknologi Sepuluh Nopember, Surabaya.
- Raudenbush, S. W., dan Bryk, A. S. (2002). *Hierarchical Linear Models: Applications and Data Analysis Methods, Second Edition* (Vol. 1). London: Sage.
- Rencher, A., C., dan Schaalje, G., B. (2008). *Linear Models in Statistics, Second Edition*. New Jersey: John Wiley & Sons.
- Rusastra, I. W., dan Napitupulu, T. A. (2007). *Karakteristik Wilayah dan Keluarga Miskin di Pedesaan: Basis Perumusan Intervensi Kebijakan*. Paper presented at the Seminar Nasional Meningkatkan Peran Sektor Pertanian dalam Penanggulangan Kemiskinan, Bogor.
- Sekhampu, T., dan Niyimbanira, F. (2013). Analysis of the Factors Influencing Household Expenditure in a South African Township. *The International Business & Economics Research Journal (Online)*, 12(3), 279.

*(Halaman ini sengaja dikosongkan)*

**Lampiran 1. Estimasi Parameter Distribusi Gamma Tiga Parameter pada Pengeluaran per Kapita Rumah Tangga di Maluku Utara**

No	Kabupaten/Kota	<i>Shape Parameter (<math>\alpha</math>)</i>	<i>Scale Parameter (<math>\phi</math>)</i>	<i>Threshold Parameter (<math>\lambda</math>)</i>
1	Halmahera Barat	2,344	3,99E-06	270.640
2	Halmahera Tengah	1,554	2,11E-06	232.180
3	Kepulauan Sula	1,691	3,31E-06	181.280
4	Halmahera Selatan	1,891	3,77E-06	229.100
5	Halmahera Utara	1,491	2,35E-06	251.640
6	Halmahera Timur	2,691	4,06E-06	183.800
7	Pulau Morotai	1,378	2,72E-06	265.230
8	Pulau Taliabu	3,182	4,38E-06	159.110
9	Kota Ternate	2,496	2,61E-06	340.890
10	Kota Tidore Kepulauan	3,494	5,43E-06	231.240

## Lampiran 2. Tahapan Penambahan *Add-Ins* Distribusi Baru dalam WinBUGS

1. Instalasi *software* yang diperlukan, yaitu WinBUGS, WBDev dan *BlackBox Component Builder*. Ketiganya adalah *open source software*, dengan penjelasan sebagai berikut:

- a) WinBUGS, terdiri dari tiga komponen utama yang perlu di-*install*, yaitu:

- i. WinBUGS, dapat di-*download* di:

<http://www.mrc-bsu.cam.ac.uk/wp-content/uploads/WinBUGS14.exe>

- ii. Patch, dapat di-*download* di:

[http://www.mrc-bsu.cam.ac.uk/wp-content/uploads/WinBUGS14\\_cumulative\\_patch\\_No3\\_06\\_08\\_07\\_RELEASE.txt](http://www.mrc-bsu.cam.ac.uk/wp-content/uploads/WinBUGS14_cumulative_patch_No3_06_08_07_RELEASE.txt)

- iii. *Key for unrestricted use*, dapat di-*download* di:

[http://www.mrc-bsu.cam.ac.uk/wp-content/uploads/WinBUGS14\\_immortality\\_key.txt](http://www.mrc-bsu.cam.ac.uk/wp-content/uploads/WinBUGS14_immortality_key.txt).

*Decode patch dan key for unrestricted use* dilakukan dengan cara:

► Buka WinBUGS14 ► Buka *file* (ii) dan (iii) ► Klik *Tools* ► *Decode*  
► *Decode All*.

- b) WBDev, dapat didownload di:

[http://winbugs-development.mrc-bsu.cam.ac.uk/files/wbdev\\_patch.zip](http://winbugs-development.mrc-bsu.cam.ac.uk/files/wbdev_patch.zip).

*Decode WBDev* sama seperti langkah *decode* pada a.ii dan a.iii.

- c) Blackbox 1.5, dapat didownload di:

<http://oberon.ch/zip/SetupBlackBox15.exe>.

2. Setelah ketiga *software* di-*install*, *copy* seluruh file dalam *directory* instalasi WinBUGS14 ke *directory* instalasi Blackbox 1.5. Setelah langkah ini selesai dilakukan, maka WinBUGS dapat dijalankan melalui Blackbox.
3. Buka *file* “UnivariateTemplate.odc” untuk penambahan distribusi baru di WinBUGS dengan langkah-langkah sebagai berikut:
  - i. Buka Winbugs14.exe dari folder Blackbox yang telah terinstal di “BlackBox Component Builder 1.5”.
  - ii. *Open file* :  
BlackBox Component Builder 1.5\WBDev\Mod\ UnivariateTemplate.odc  
(sesuai *directory* penyimpanan *file* instalasi Blackbox).



## Lampiran 2. (Lanjutan)

*Template code* ditulis dalam Bahasa Pascal serta tercetak dengan warna merah, hitam dan biru. *Code* berwarna merah dan diapit tanda (\*xxx\*) adalah keterangan yang tidak tereksekusi oleh program. *Code* berwarna hitam merupakan *code* yang tidak boleh diubah, namun dapat ditambah definisinya jika diperlukan. Sedangkan *code* berwarna biru adalah *code* yang bisa diubah sesuai kebutuhan pengguna.

4. Menuliskan *code* sesuai prosedur dan fungsi distribusi baru sesuai *template* pada “UnivariateTemplate.odc”, dengan penjelasan sebagai berikut:
  - i. Mendeklarasikan nama distribusi yang akan ditambahkan. Nama distribusi ditulis singkat dan tanpa spasi.
  - ii. Mendeklarasikan parameter yang ada dalam distribusi dengan menyebutkan jenis parameter (*shape/scale/location*) secara berurutan, dengan *index* “0” untuk parameter pertama, “1” untuk parameter kedua dan “2” untuk parameter ketiga, dan seterusnya. Contoh:

```
shape = 0; scale = 1; location = 2;
```

Contoh tersebut menjelaskan bahwa ada tiga parameter dalam distribusi yang berupa parameter *shape* sebagai parameter pertama, parameter *scale* sebagai parameter kedua dan parameter *location* sebagai parameter ketiga.

- iii. *DeclareArgTypes*, untuk mendeklarasikan tipe parameter distribusi. Simbol “s” digunakan jika parameter bertipe skalar dan “v” jika parameter bertipe vektor. Penulisan *code* sesuai dengan jumlah parameter dalam distribusi dan ditulis berurutan. Sebagai contoh, jika terdapat tiga parameter dalam distribusi, di mana masing-masing berupa skalar, maka *code* dituliskan sebagai berikut:

```
args := "sss";
```

- iv. *DeclareProperties*, untuk mendeklarasikan karakteristik distribusi (diskrit atau kontinu). Distribusi diskrit didefinisikan dengan *code* “isDiscrete”, dengan penulisan sebagai berikut:

```
isDiscrete := TRUE  
canIntegrate := FALSE
```

Sedangkan distribusi kontinu didefinisikan dengan *code* “canIntegrate”, dengan penulisan sebagai berikut:

```
isDiscrete := FALSE  
canIntegrate := TRUE
```

## Lampiran 2. (Lanjutan)

- v. *NaturalBounds*, untuk menetapkan domain variabel random (VR) dari distribusi. Batas bawah domain VR didefinisikan dengan “lower” dan batas atas domain VR didefinisikan dengan “upper”. Contoh penulisan *code* untuk distribusi Gamma tiga parameter sebagai berikut:

```
VAR
    lambda: REAL;
BEGIN
    lambda := node.arguments[location][0].Value();
    lower := lambda;
    upper := INF;
```

Contoh tersebut menjelaskan bahwa batas bawah domain VR Gamma tiga parameter adalah  $\lambda$  dan batas atas adalah *infinite* ( $\infty$ ).

- vi. *LogFullLikelihood*, untuk menuliskan fungsi log likelihood distribusi. Perkalian likelihood dilakukan secara otomatis oleh WinBUGS, sehingga yang perlu dituliskan hanya fungsi log likelihood saja.
- vii. *LogPrior*, untuk menuliskan fungsi log *prior* distribusi. Fungsi ini dapat diperoleh dari log *conjugate prior* pada fungsi densitasnya.
- viii. *Cummulative*, untuk menuliskan fungsi kumulatif distribusi (CDF). Jika fungsi densitasnya tidak dapat diintegrasikan, maka CDF akan sulit ditentukan secara matematis. Pada kondisi ini, “PROCEDURE Cumulative” dapat dikosongkan.
- ix. *DrawSample*, untuk menuliskan fungsi *generate variate random* (GVR) dari distribusi. Fungsi GVR dapat ditentukan dengan beberapa metode, yaitu *inverse transform*, *composition*, *convolution*, *Acceptance Rejection* (AR), *Adaptive Acceptance Rejection* (AAR), *slice sampling*, dan *importance sampling*. Pemilihan metode dapat disesuaikan dengan karakteristik dari distribusi yang akan ditambahkan.
5. *Compile Program*, dengan cara klik Dev ► Compile (Ctrl+K). Jika *code* yang dibuat benar, maka pesan yang keluar pada *taskbar* adalah “ok”. Jika *code* masih salah, maka akan muncul pesan *error* pada *taskbar* dan perlu dilakukan perbaikan pada *code*.
6. Menggabungkan program distribusi baru ke WinBUGS, dengan cara membuka *file* “Distribution.odc” melalui Winbugs dalam folder:

BlackBox Component Builder 1.5\WBDev\Rsrc\Distribution.odc.

Pada “Distributions.odc” tersebut terdapat *code* untuk mendefinisikan distribusi baru yang ditambahkan ke WinBUGS. Contoh penulisan *code* sebagai berikut:

## Lampiran 2. (Lanjutan)

<code>s ~ "dnorm.trunc0"(s, s)l(s, s)</code>	<code>"WBDevUnivariateTemplate.Install"</code>
<code>s ~ "dgamma3"(s, s, s)l(s, s)</code>	<code>"WBDevGamma3.Install"</code>
<code>END</code>	

Keterangan:

- *Code* berwarna biru adalah contoh penulisan *code* penggabungan distribusi Gamma tiga parameter.
- `s ~` , menyatakan VR mengikuti sebaran distribusi tertentu.
- `"dgamma3"`, menyatakan nama distribusi.
- `(s, s, s)l(s, s)`, menyatakan bahwa distribusi terdiri dari tiga parameter skalar.
- `"WBDevGamma3.Install"`, adalah *code* proses *install* program dalam WinBUGS. Nama distribusi harus sesuai dengan tahapan 4.i.

*Code* dituliskan satu baris di bawah *code* distribusi lain yang telah ditambahkan sebelumnya. Jika penulisan *code* telah selesai, maka langkah selanjutnya adalah simpan *file* (dengan nama yang sama) dan tutup WinBUGS. Secara otomatis, distribusi baru sudah akan terintegrasi dalam WinBUGS.

### 7. Menambahkan distribusi baru ke *Doodle* dengan langkah sebagai berikut:

- Buka *file* "Strings.odc" dalam folder:

BlackBox Component Builder 1.5\Doodle\Rsrc\Strings.odc. *File* ini memuat daftar distribusi yang telah ada di WinBUGS beserta parameter dan nilai *default* dari parameter, dengan nomor urut distribusi yang unik.

- Tambahkan nama distribusi, parameter dan nilai *default* parameter. Nomor urut distribusi adalah melanjutkan dari distribusi sebelumnya yang sudah tersedia di WinBUGS. Contoh penulisan sebagai berikut:

densities[17]	dgamma3
param0[17]	shape
param1[17]	scale
param2[17]	thresh
default0[17]	1.0E-3
default1[17]	1.0E-3
default2[17]	NA

Distribusi yang ditambahkan adalah "dgamma3" dengan urutan distribusi ke-17.

Distribusi ini mempunyai tiga parameter yaitu *shape*, *scale*, dan *thresh*, dengan nilai *default* masing-masing adalah  $10^{-3}$ ,  $10^{-3}$  dan NA (tidak didefinisikan).

### 8. Selesai.

### Lampiran 3. *Source Code* Penambahan *Add-ins* Distribusi Gamma Tiga Parameter dalam WinBUGS

```
MODULE WBDevGamma3;

IMPORT
  WBDevUnivariate,
  WBDevRandnum, WBDevSpecfunc,
  Math;

CONST
  shape = 0; scale = 1; location = 2;

TYPE
  StdNode = POINTER TO RECORD (WBDevUnivariate.StdNode) END;
  Left = POINTER TO RECORD (WBDevUnivariate.Left) END;
  Right = POINTER TO RECORD (WBDevUnivariate.Right) END;
  Interval = POINTER TO RECORD (WBDevUnivariate.Interval) END;
  Factory = POINTER TO RECORD (WBDevUnivariate.Factory) END;

VAR
  log2Pi: REAL;
  fact-: WBDevUnivariate.Factory;

PROCEDURE DeclareArgTypes (OUT args: ARRAY OF CHAR);
BEGIN
  args := "sss";
END DeclareArgTypes;

PROCEDURE DeclareProperties (OUT isDiscrete, canIntegrate: BOOLEAN);
BEGIN
  isDiscrete := FALSE;
  canIntegrate := TRUE;
END DeclareProperties;

PROCEDURE NaturalBounds (node: WBDevUnivariate.Node; OUT lower, upper: REAL);
VAR
  lambda: REAL;
BEGIN
  lambda := node.arguments[location][0].Value();
  lower := lambda;
  upper := INF;
END NaturalBounds;

PROCEDURE LogFullLikelihood (node: WBDevUnivariate.Node; OUT value: REAL);
VAR
  y, alpha, pii, lambda: REAL;
BEGIN
  y := node.value;
  alpha := node.arguments[shape][0].Value();
  pii := node.arguments[scale][0].Value();
  lambda := node.arguments[location][0].Value();
  value := alpha*Math.Ln(pii) - WBDevSpecfunc.LogGammaFunc(alpha) +
    (alpha - 1) * Math.Ln(y - lambda) - ((y-lambda)*pii);
```

### Lampiran 3. (Lanjutan)

```
END LogFullLikelihood;

PROCEDURE LogPropLikelihood (node: WBDevUnivariate.Node; OUT value: REAL);
BEGIN
    LogFullLikelihood(node, value);
END LogPropLikelihood;

PROCEDURE LogPrior (node: WBDevUnivariate.Node; OUT value: REAL);
VAR
    y, alpha, pii, lambda: REAL;
BEGIN
    y := node.value;
    alpha := node.arguments[shape][0].Value();
    pii := node.arguments[scale][0].Value();
    lambda := node.arguments[location][0].Value();
    value := -(y-lambda)*pii;
END LogPrior;

PROCEDURE Cumulative (node: WBDevUnivariate.Node; x: REAL; OUT value: REAL);
VAR
    y, alpha, pii, lambda, inc: REAL;
BEGIN
    alpha := node.arguments[shape][0].Value();
    pii := node.arguments[scale][0].Value();
    lambda := node.arguments[location][0].Value();
    inc := (y-lambda)*pii;
    value := WBDevSpecfunc.GammaP(alpha,inc) /
            WBDevSpecfunc.GammaP(alpha,0);
END Cumulative;

PROCEDURE DrawSample (node: WBDevUnivariate.Node; censoring: INTEGER; OUT
sample: REAL);
VAR
    alpha, pii, lambda, left, right: REAL;
BEGIN
    alpha := node.arguments[shape][0].Value();
    pii := node.arguments[scale][0].Value();
    lambda := node.arguments[location][0].Value();
    node.Bounds(left, right);
    CASE censoring OF
    |WBDevUnivariate.noCensoring:
        sample := WBDevRandnum.Gamma(alpha, pii) + lambda;
    |WBDevUnivariate.leftCensored:
        REPEAT
            sample := WBDevRandnum.Gamma(alpha, pii) + lambda;
        UNTIL sample >= left;
    |WBDevUnivariate.rightCensored:
        REPEAT
            sample := WBDevRandnum.Gamma(alpha, pii) + lambda;
        UNTIL sample <= right;
```

### Lampiran 3. (Lanjutan)

```
|WBDevUnivariate.intervalCensored:
    REPEAT
        sample := WBDevRandnum.Gamma(alpha, pii) + lambda;
    UNTIL (sample >= left) & (sample <= right);
END;
END DrawSample;

PROCEDURE (f: Factory) New (option: INTEGER): WBDevUnivariate.Node;
VAR
    node: WBDevUnivariate.Node;
    stdNode: StdNode; left: Left; right: Right; interval: Interval;
BEGIN
    CASE option OF
    |WBDevUnivariate.noCensoring:
        NEW(stdNode);
        node := stdNode;
    |WBDevUnivariate.leftCensored:
        NEW(left);
        node := left;
    |WBDevUnivariate.rightCensored:
        NEW(right);
        node := right;
    |WBDevUnivariate.intervalCensored:
        NEW(interval);
        node := interval;
    END;
    node.SetCumulative(Cumulative);
    node.SetDeclareArgTypes(DeclareArgTypes);
    node.SetDeclareProperties(DeclareProperties);
    node.SetDrawSample(DrawSample);
    node.SetLogFullLikelihood(LogFullLikelihood);
    node.SetLogPropLikelihood(LogPropLikelihood);
    node.SetLogPrior(LogPrior);
    node.SetNaturalBounds(NaturalBounds);
    node.Initialize;
    RETURN node;
END New;

PROCEDURE Install*;
BEGIN
    WBDevUnivariate.Install(fact);
END Install;

PROCEDURE Init;
VAR
    f: Factory;
BEGIN
    log2Pi := Math.Ln(2 * Math.Pi());
    NEW(f); fact := f;
END Init;

BEGIN
    Init;
END WBDevGamma3.
```

**Lampiran 4.** *Source Code* Model Hirarki Dua Tingkat pada Pengeluaran per Kapita Rumah Tangga dengan Pendekatan Bayesian Berdasarkan Distribusi Gamma Tiga Parameter

```

model;
{
for( j in 1 : m ) {
  for( i in 1 : n[j] ) {
    y[i , j] ~ dgamma3(alpha[j],pii[j],lambda[i , j])
    lambda[i , j] <- b0[j] + b1[j] * x1[i , j] + b2[j] * x2[i , j] + b3[j] * x3[i , j] + b4[j] *
      x4[i , j] + b5[j] * x5[i , j] + b6[j] * x6[i , j] + b7[j] * x7[i , j] + b8[j] *
      x8[i , j] + b9[j] * x9[i , j]
  }
}

alpha[1] ~ dgamma(2.3439 , 7.5)      pii[1] ~ dgamma(3.99E-06 , 1)
alpha[2] ~ dgamma(1.5539 , 1.5)      pii[2] ~ dgamma(2.11E-06 , 1)
alpha[3] ~ dgamma(1.6913 , 1.5)      pii[3] ~ dgamma(3.31E-06 , 1)
alpha[4] ~ dgamma(1.8907 , 3)         pii[4] ~ dgamma(3.77E-06 , 1)
alpha[5] ~ dgamma(1.4911 , 1.5)      pii[5] ~ dgamma(2.35E-06 , 1)
alpha[6] ~ dgamma(2.6908 , 5)         pii[6] ~ dgamma(4.06E-06 , 1)
alpha[7] ~ dgamma(1.3779 , 12)        pii[7] ~ dgamma(2.72E-06 , 1)
alpha[8] ~ dgamma(3.1821 , 5)         pii[8] ~ dgamma(4.38E-06 , 1)
alpha[9] ~ dgamma(2.4957 , 13)        pii[9] ~ dgamma(2.61E-06 , 1)
alpha[10] ~ dgamma(3.4941 , 5)        pii[10] ~ dgamma(5.43E-06 , 1)

for( j in 1 : m ) {
  b0[j] <- b[1 , j]    b[1 , j] ~ dnorm(mu.b0[j],tau.b[1])
  b1[j] <- b[2 , j]    b[2 , j] ~ dnorm(mu.b1[j],tau.b[2])
  b2[j] <- b[3 , j]    b[3 , j] ~ dnorm(mu.b2[j],tau.b[3])
  b3[j] <- b[4 , j]    b[4 , j] ~ dnorm(mu.b3[j],tau.b[4])
  b4[j] <- b[5 , j]    b[5 , j] ~ dnorm(mu.b4[j],tau.b[5])
  b5[j] <- b[6 , j]    b[6 , j] ~ dnorm(mu.b5[j],tau.b[6])
  b6[j] <- b[7 , j]    b[7 , j] ~ dnorm(mu.b6[j],tau.b[7])
  b7[j] <- b[8 , j]    b[8 , j] ~ dnorm(mu.b7[j],tau.b[8])
  b8[j] <- b[9 , j]    b[9 , j] ~ dnorm(mu.b8[j],tau.b[9])
  b9[j] <- b[10 , j]   b[10 , j] ~ dnorm(mu.b9[j],tau.b[10])
}

tau.b[1] ~ dgamma(0.001 , 1.0E+6)
tau.b[2] ~ dgamma(0.001 , 1.0E+6)
tau.b[3] ~ dgamma(0.001 , 1.0E+6)
tau.b[4] ~ dgamma(0.001 , 1.0E+6)
tau.b[5] ~ dgamma(0.001 , 1.0E+5)
tau.b[6] ~ dgamma(0.001 , 1.0E+6)
tau.b[7] ~ dgamma(0.001 , 1.0E+6)
tau.b[8] ~ dgamma(0.001 , 1.0E+5)
tau.b[9] ~ dgamma(0.001 , 1.0E+5)
tau.b[10] ~ dgamma(0.001 , 1.0E+6)

sigma.b[1] <- 1 / sqrt(tau.b[1])
sigma.b[2] <- 1 / sqrt(tau.b[2])
sigma.b[3] <- 1 / sqrt(tau.b[3])
sigma.b[4] <- 1 / sqrt(tau.b[4])
sigma.b[5] <- 1 / sqrt(tau.b[5])
sigma.b[6] <- 1 / sqrt(tau.b[6])

```

#### Lampiran 4. (Lanjutan)

```
sigma.b[7] <- 1 / sqrt(tau.b[7])
sigma.b[8] <- 1 / sqrt(tau.b[8])
sigma.b[9] <- 1 / sqrt(tau.b[9])
sigma.b[10] <- 1 / sqrt(tau.b[10])

for( j in 1 : m ) {
  mu.b0[j] <- g00 + g10 * w1[j] + g20 * w2[j] + g30 * w3[j] + g40 * w4[j] + g50 * w5[j] +
    g60 * w6[j] + g70 * w7[j]
  mu.b1[j] <- g01 + g11 * w1[j] + g21 * w2[j] + g31 * w3[j] + g41 * w4[j] + g51 * w5[j] +
    g61 * w6[j] + g71 * w7[j]
  mu.b2[j] <- g02 + g12 * w1[j] + g22 * w2[j] + g32 * w3[j] + g42 * w4[j] + g52 * w5[j] +
    g62 * w6[j] + g72 * w7[j]
  mu.b3[j] <- g03 + g13 * w1[j] + g23 * w2[j] + g33 * w3[j] + g43 * w4[j] + g53 * w5[j] +
    g63 * w6[j] + g73 * w7[j]
  mu.b4[j] <- g04 + g14 * w1[j] + g24 * w2[j] + g34 * w3[j] + g44 * w4[j] + g54 * w5[j] +
    g64 * w6[j] + g74 * w7[j]
  mu.b5[j] <- g05 + g15 * w1[j] + g25 * w2[j] + g35 * w3[j] + g45 * w4[j] + g55 * w5[j] +
    g65 * w6[j] + g75 * w7[j]
  mu.b6[j] <- g06 + g16 * w1[j] + g26 * w2[j] + g36 * w3[j] + g46 * w4[j] + g56 * w5[j] +
    g66 * w6[j] + g76 * w7[j]
  mu.b7[j] <- g07 + g17 * w1[j] + g27 * w2[j] + g37 * w3[j] + g47 * w4[j] + g57 * w5[j] +
    g67 * w6[j] + g77 * w7[j]
  mu.b8[j] <- g08 + g18 * w1[j] + g28 * w2[j] + g38 * w3[j] + g48 * w4[j] + g58 * w5[j] +
    g68 * w6[j] + g78 * w7[j]
  mu.b9[j] <- g09 + g19 * w1[j] + g29 * w2[j] + g39 * w3[j] + g49 * w4[j] + g59 * w5[j] +
    g69 * w6[j] + g79 * w7[j]
}

g00 <- g[1,1]    g[1,1] ~ dnorm(44970 , 1.0E-6)
g01 <- g[1,2]    g[1,2] ~ dnorm(-2243 , 1.0E-5)
g02 <- g[1,3]    g[1,3] ~ dnorm(-63810 , 1.0E-6)
g03 <- g[1,4]    g[1,4] ~ dnorm(30240 , 1.0E-6)
g04 <- g[1,5]    g[1,5] ~ dnorm(13580 , 1.0E-6)
g05 <- g[1,6]    g[1,6] ~ dnorm(6011 , 1.0E-5)
g06 <- g[1,7]    g[1,7] ~ dnorm(867.6 , 1.0E-4)
g07 <- g[1,8]    g[1,8] ~ dnorm(14450 , 1.0E-6)
g08 <- g[1,9]    g[1,9] ~ dnorm(26300 , 1.0E-6)
g09 <- g[1,10]   g[1,10] ~ dnorm(13620 , 1.0E-6)
g10 <- g[2,1]    g[2,1] ~ dnorm(126.5 , 1.0E-3)
g11 <- g[2,2]    g[2,2] ~ dnorm(5.705 , 1.0E-1)
g12 <- g[2,3]    g[2,3] ~ dnorm(208 , 1.0E-3)
g13 <- g[2,4]    g[2,4] ~ dnorm(82.13 , 1.0E-3)
g14 <- g[2,5]    g[2,5] ~ dnorm(60.94 , 1.0E-2)
g15 <- g[2,6]    g[2,6] ~ dnorm(16.69 , 1.0E-2)
g16 <- g[2,7]    g[2,7] ~ dnorm(1.753 , 1.0E-1)
g17 <- g[2,8]    g[2,8] ~ dnorm(44.27 , 1.0E-2)
g18 <- g[2,9]    g[2,9] ~ dnorm(79.37 , 1.0E-3)
g19 <- g[2,10]   g[2,10] ~ dnorm(17.56 , 1.0E-2)
g20 <- g[3,1]    g[3,1] ~ dnorm(2277 , 1.0E-5)
g21 <- g[3,2]    g[3,2] ~ dnorm(133.3 , 1.0E-3)
g22 <- g[3,3]    g[3,3] ~ dnorm(4857 , 1.0E-5)
g23 <- g[3,4]    g[3,4] ~ dnorm(1856 , 1.0E-5)
```



#### Lampiran 4. (Lanjutan)

```
g24 <- g[3,5]    g[3,5] ~ dnorm(814.1 , 1.0E-4)
g25 <- g[3,6]    g[3,6] ~ dnorm(363.6 , 1.0E-4)
g26 <- g[3,7]    g[3,7] ~ dnorm(52.53 , 1.0E-2)
g27 <- g[3,8]    g[3,8] ~ dnorm(796.5 , 1.0E-4)
g28 <- g[3,9]    g[3,9] ~ dnorm(1570 , 1.0E-5)
g29 <- g[3,10]   g[3,10] ~ dnorm(905.3 , 1.0E-4)
g30 <- g[4,1]    g[4,1] ~ dnorm(4799 , 1.0E-5)
g31 <- g[4,2]    g[4,2] ~ dnorm(244.9 , 1.0E-3)
g32 <- g[4,3]    g[4,3] ~ dnorm(9009 , 1.0E-5)
g33 <- g[4,4]    g[4,4] ~ dnorm(3526 , 1.0E-5)
g34 <- g[4,5]    g[4,5] ~ dnorm(1462 , 1.0E-5)
g35 <- g[4,6]    g[4,6] ~ dnorm(628.7 , 1.0E-4)
g36 <- g[4,7]    g[4,7] ~ dnorm(93.9 , 1.0E-3)
g37 <- g[4,8]    g[4,8] ~ dnorm(1582 , 1.0E-5)
g38 <- g[4,9]    g[4,9] ~ dnorm(2967 , 1.0E-5)
g39 <- g[4,10]   g[4,10] ~ dnorm(1268 , 1.0E-5)
g40 <- g[5,1]    g[5,1] ~ dnorm(713.4 , 1.0E-4)
g41 <- g[5,2]    g[5,2] ~ dnorm(53.52 , 1.0E-2)
g42 <- g[5,3]    g[5,3] ~ dnorm(1877 , 1.0E-5)
g43 <- g[5,4]    g[5,4] ~ dnorm(741.8 , 1.0E-4)
g44 <- g[5,5]    g[5,5] ~ dnorm(291 , 1.0E-4)
g45 <- g[5,6]    g[5,6] ~ dnorm(164.6 , 1.0E-3)
g46 <- g[5,7]    g[5,7] ~ dnorm(35.01 , 1.0E-3)
g47 <- g[5,8]    g[5,8] ~ dnorm(299.1 , 1.0E-4)
g48 <- g[5,9]    g[5,9] ~ dnorm(577.1 , 1.0E-4)
g49 <- g[5,10]   g[5,10] ~ dnorm(566.6 , 1.0E-4)
g50 <- g[6,1]    g[6,1] ~ dnorm(2562 , 1.0E-5)
g51 <- g[6,2]    g[6,2] ~ dnorm(142.1 , 1.0E-3)
g52 <- g[6,3]    g[6,3] ~ dnorm(5277 , 1.0E-5)
g53 <- g[6,4]    g[6,4] ~ dnorm(1908 , 1.0E-5)
g54 <- g[6,5]    g[6,5] ~ dnorm(763.8 , 1.0E-4)
g55 <- g[6,6]    g[6,6] ~ dnorm(403 , 1.0E-4)
g56 <- g[6,7]    g[6,7] ~ dnorm(72.29 , 1.0E-3)
g57 <- g[6,8]    g[6,8] ~ dnorm(1555 , 1.0E-5)
g58 <- g[6,9]    g[6,9] ~ dnorm(1730 , 1.0E-5)
g59 <- g[6,10]   g[6,10] ~ dnorm(586.8 , 1.0E-4)
g60 <- g[7,1]    g[7,1] ~ dnorm(563.6 , 1.0E-4)
g61 <- g[7,2]    g[7,2] ~ dnorm(32.91 , 1.0E-3)
g62 <- g[7,3]    g[7,3] ~ dnorm(1153 , 1.0E-5)
g63 <- g[7,4]    g[7,4] ~ dnorm(472.6 , 1.0E-4)
g64 <- g[7,5]    g[7,5] ~ dnorm(221.8 , 1.0E-3)
g65 <- g[7,6]    g[7,6] ~ dnorm(122.6 , 1.0E-3)
g66 <- g[7,7]    g[7,7] ~ dnorm(11.34 , 1.0E-2)
g67 <- g[7,8]    g[7,8] ~ dnorm(206 , 1.0E-3)
g68 <- g[7,9]    g[7,9] ~ dnorm(395 , 1.0E-4)
g69 <- g[7,10]   g[7,10] ~ dnorm(184.6 , 1.0E-3)
g70 <- g[8,1]    g[8,1] ~ dnorm(6788 , 1.0E-5)
g71 <- g[8,2]    g[8,2] ~ dnorm(432.4 , 1.0E-4)
g72 <- g[8,3]    g[8,3] ~ dnorm(15040 , 1.0E-6)
g73 <- g[8,4]    g[8,4] ~ dnorm(6456 , 1.0E-5)
g74 <- g[8,5]    g[8,5] ~ dnorm(2710 , 1.0E-5)
g75 <- g[8,6]    g[8,6] ~ dnorm(1548 , 1.0E-5)
g76 <- g[8,7]    g[8,7] ~ dnorm(107.2 , 1.0E-3)
```

#### Lampiran 4. (Lanjutan)

```
g77 <- g[8,8]   g[8,8] ~ dnorm(2333 , 1.0E-5)
g78 <- g[8,9]   g[8,9] ~ dnorm(4121 , 1.0E-5)
g79 <- g[8,10]  g[8,10] ~ dnorm(1271 , 1.0E-5)
}
```

#### DATA

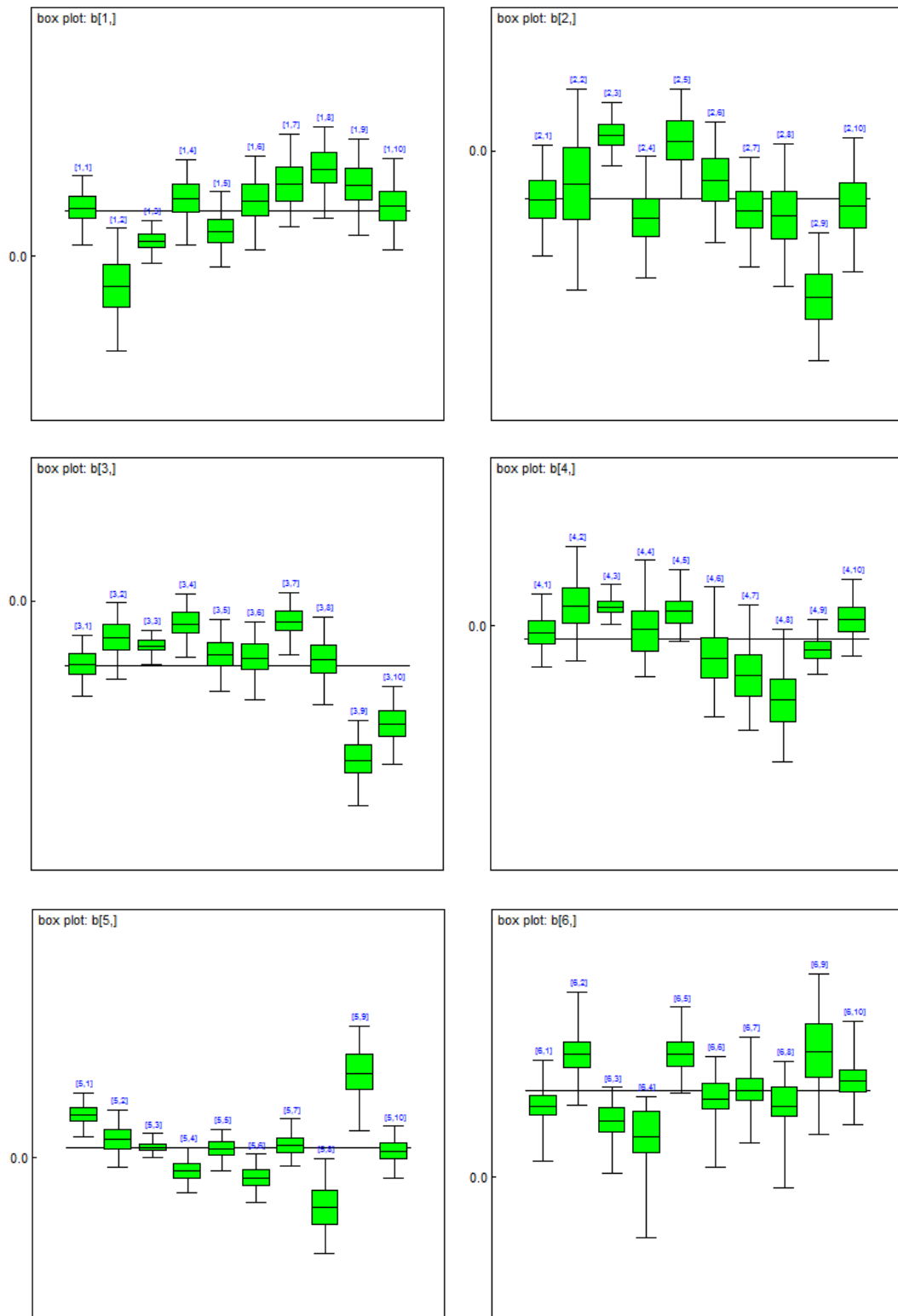
```
list(n=c(390, 289, 366, 404, 432, 373, 302, 268, 497, 428), m=10,
y=structure(.Data=c(447792.01, 1088614.28, 2547968.77, 1131586.17, 1104347.18,
...
NA, NA, NA, NA, NA, NA, NA, NA, NA, 631773.21, NA), .Dim=c(497,10)),
x1=structure(.Data=c(46, 28, 32, 41, 44, 39, 40, 52, 42, 46,
...
NA, NA, NA, NA, NA, NA, NA, NA, NA, 36, NA), .Dim=c(497,10)),
x2=structure(.Data=c(0.75, 1.5, 0, 0.33, 0, 0.2, 2, 0, 0.67, 0.25,
...
NA, NA, NA, NA, NA, NA, NA, NA, NA, 0, NA), .Dim=c(497,10)),
x9=structure(.Data=c(1, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0,
...
NA, NA, NA, NA, NA, NA, NA, NA, NA, 1, NA), .Dim=c(497,10)),

w1=c(63.824, 18.244, ..., 58.219),
w2=c(10.852, 22.756, ..., 15.766),
w3=c(11.993, 9.861, ..., 9.687),
w4=c(30.340, 99.145, ..., 44.879),
w5=c(4.597, 28.917, ..., 12.524),
w6=c(74.118, 79.032, ..., 86.813),
w7=c(3.221, 3.131, ..., 4.21))
```

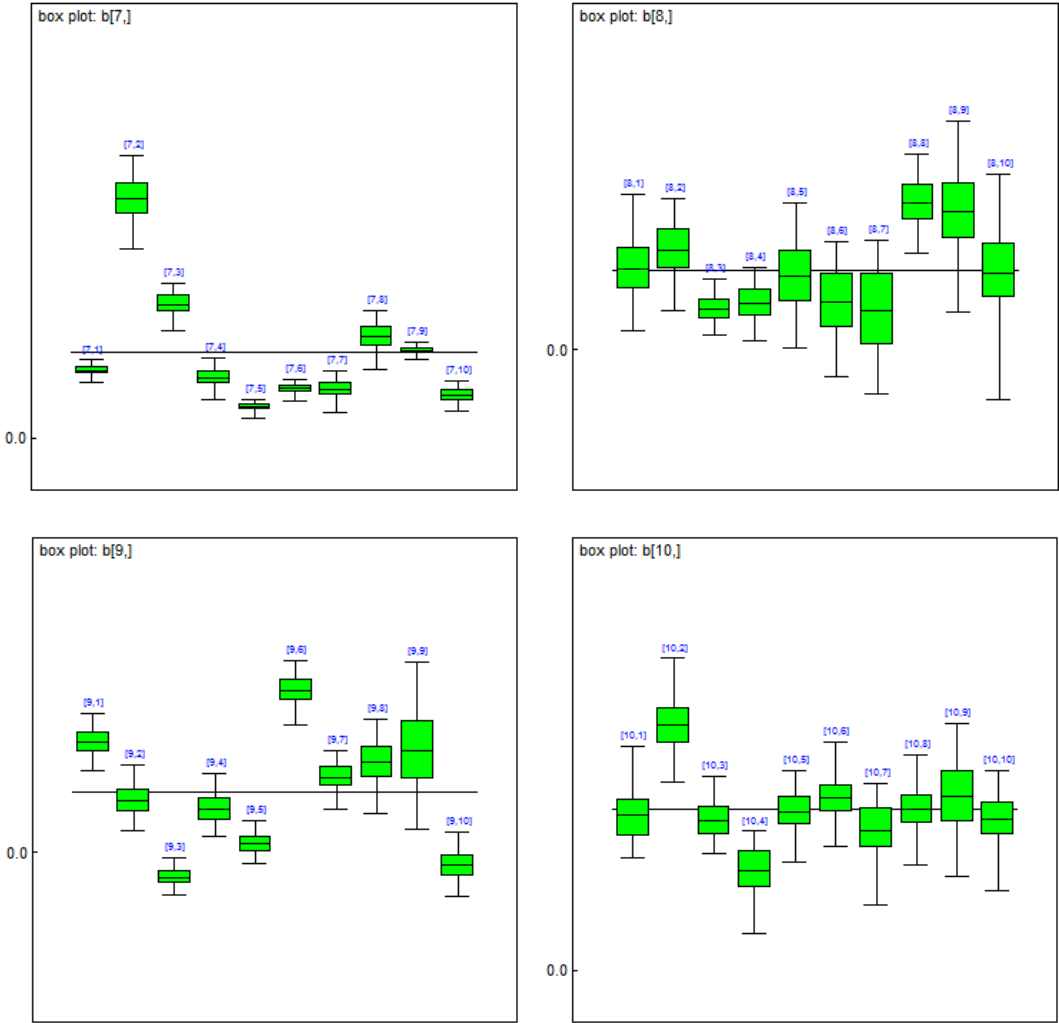
#### INITS

```
list(alpha=c(2.113, 1.22, 1.398, 1.57, 1.24, 2.533, 1.226, 2.832, 2.24, 3.255),
pii=c(3.8E-06, 1.8E-06, 2.8E-06, 3.4E-06, 1.98E-06, 3.7E-06, 9.3E-06, 5.8E-06, 3.8E-06,
5.3E-06),
b=structure(.Data=c(0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,
0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,
...
0,0,0,0,0,0,0,0,0,0), .Dim=c(10,10)),
tau.b=c(1,1,1,1,1,1,1,1,1,1),
g=structure(.Data=c(0, 0, 0, 0, 0, 0,0,0,0,0,
...
0,0,0,0,0,0,0,0,0,0), .Dim=c(8,10)))
```

## Lampiran 5. Boxplot Koefisien Regresi Model Mikro ( $\beta$ ) Alternatif 1



Lampiran 5. (Lanjutan)



**Lampiran 6.** Hasil Estimasi Koefisien Regresi Model Mikro ( $\beta$ ) Alternatif 1

node	mean	sd	MC error	2.50%	median	97.50%
b[1,1]	198.100,00	72.680,00	5.319,00	39.510,00	202.200,00	331.400,00
b[1,2]	-145.000,00	126.300,00	12.000,00	-404.700,00	-141.600,00	85.080,00
b[1,3]	61.290,00	44.350,00	4.147,00	-33.380,00	62.270,00	149.700,00
b[1,4]	240.300,00	92.360,00	8.581,00	46.870,00	248.100,00	402.600,00
b[1,5]	100.500,00	76.570,00	7.131,00	-39.160,00	95.200,00	275.000,00
b[1,6]	217.500,00	96.310,00	7.702,00	18.890,00	217.100,00	400.800,00
b[1,7]	300.100,00	106.200,00	10.140,00	115.600,00	294.700,00	509.100,00
b[1,8]	359.600,00	101.600,00	7.334,00	147.400,00	368.200,00	536.700,00
b[1,9]	290.200,00	106.400,00	9.086,00	76.400,00	288.800,00	492.300,00
b[1,10]	201.000,00	92.700,00	6.795,00	21.110,00	199.600,00	390.800,00
b[2,1]	-1.605,00	947,30	59,17	-3.478,00	-1.590,00	210,40
b[2,2]	-911,30	1.696,00	152,50	-4.258,00	-839,60	2.158,00
b[2,3]	475,30	556,70	48,56	-542,40	434,10	1.585,00
b[2,4]	-2.276,00	1.006,00	76,61	-4.242,00	-2.281,00	-259,70
b[2,5]	305,80	956,20	75,75	-1.637,00	352,50	1.979,00
b[2,6]	-931,30	1.035,00	60,45	-2.970,00	-895,60	1.014,00
b[2,7]	-1.980,00	965,50	76,36	-3.922,00	-2.014,00	-143,90
b[2,8]	-2.178,00	1.228,00	70,71	-4.576,00	-2.195,00	247,30
b[2,9]	-4.876,00	1.110,00	68,44	-7.017,00	-4.872,00	-2.757,00
b[2,10]	-1.808,00	1.134,00	67,87	-3.992,00	-1.813,00	458,90
b[3,1]	-85.510,00	20.710,00	654,70	-127.100,00	-84.780,00	-46.500,00
b[3,2]	-48.230,00	26.270,00	1.455,00	-101.400,00	-46.560,00	-1.907,00
b[3,3]	-60.650,00	11.060,00	504,20	-84.400,00	-60.110,00	-39.610,00
b[3,4]	-31.620,00	21.080,00	972,10	-75.140,00	-31.170,00	7.529,00
b[3,5]	-72.340,00	23.960,00	1.217,00	-119.400,00	-72.320,00	-25.110,00
b[3,6]	-75.830,00	26.670,00	617,70	-131.600,00	-74.490,00	-27.330,00
b[3,7]	-28.300,00	21.010,00	692,40	-73.210,00	-27.380,00	10.200,00
b[3,8]	-77.450,00	29.450,00	1.061,00	-137.100,00	-76.660,00	-20.690,00
b[3,9]	-212.100,00	28.980,00	473,80	-272.800,00	-211.000,00	-159.100,00
b[3,10]	-164.600,00	26.710,00	905,70	-217.400,00	-164.100,00	-113.800,00
b[4,1]	-12.640,00	37.540,00	1.808,00	-81.310,00	-14.370,00	66.790,00
b[4,2]	44.250,00	56.290,00	4.333,00	-65.960,00	44.610,00	161.600,00
b[4,3]	37.080,00	20.150,00	1.440,00	2.318,00	35.720,00	83.050,00
b[4,4]	-7.390,00	62.310,00	5.259,00	-101.500,00	-17.240,00	133.700,00
b[4,5]	29.100,00	35.850,00	2.573,00	-31.080,00	25.260,00	110.100,00
b[4,6]	-59.080,00	65.670,00	4.783,00	-180.200,00	-62.730,00	83.700,00
b[4,7]	-99.010,00	62.810,00	5.440,00	-206.200,00	-106.500,00	41.240,00
b[4,8]	-146.100,00	66.690,00	4.179,00	-268.500,00	-149.000,00	-2.015,00
b[4,9]	-49.100,00	28.180,00	1.252,00	-97.860,00	-51.450,00	13.360,00

## Lampiran 6. (Lanjutan)

node	mean	sd	MC error	2.50%	median	97.50%
b[4,10]	12.940,00	38.200,00	1.646,00	-58.530,00	11.330,00	93.980,00
b[5,1]	70.870,00	18.400,00	369,80	34.800,00	70.800,00	106.900,00
b[5,2]	29.690,00	24.120,00	745,90	-16.000,00	29.290,00	79.460,00
b[5,3]	17.140,00	10.480,00	524,30	-558,90	16.030,00	40.210,00
b[5,4]	-22.940,00	18.900,00	549,70	-59.280,00	-23.340,00	15.500,00
b[5,5]	13.840,00	17.310,00	667,00	-21.430,00	14.450,00	46.130,00
b[5,6]	-34.610,00	20.310,00	337,80	-74.470,00	-34.290,00	5.002,00
b[5,7]	19.830,00	19.690,00	850,20	-14.300,00	18.120,00	63.240,00
b[5,8]	-84.040,00	41.480,00	1.545,00	-161.000,00	-85.390,00	-2.424,00
b[5,9]	138.900,00	44.770,00	598,50	44.350,00	142.000,00	217.900,00
b[5,10]	9.851,00	21.710,00	355,80	-33.990,00	10.160,00	52.000,00
b[6,1]	35.310,00	11.290,00	184,30	8.719,00	36.060,00	58.020,00
b[6,2]	61.990,00	13.120,00	476,40	37.310,00	60.880,00	93.430,00
b[6,3]	28.480,00	10.570,00	506,40	3.128,00	30.670,00	45.560,00
b[6,4]	20.480,00	18.420,00	849,10	-28.420,00	27.340,00	40.750,00
b[6,5]	61.740,00	10.750,00	395,20	42.520,00	60.760,00	85.330,00
b[6,6]	39.310,00	13.560,00	384,40	4.910,00	42.080,00	60.940,00
b[6,7]	43.760,00	12.090,00	285,00	17.560,00	43.420,00	70.390,00
b[6,8]	35.970,00	15.790,00	482,00	-4.894,00	39.370,00	58.380,00
b[6,9]	63.230,00	20.190,00	824,40	22.090,00	63.730,00	102.200,00
b[6,10]	48.480,00	11.990,00	255,00	26.550,00	47.070,00	78.200,00
b[7,1]	3.805,00	325,20	7,73	3.101,00	3.825,00	4.390,00
b[7,2]	13.520,00	1.344,00	62,59	10.710,00	13.580,00	16.000,00
b[7,3]	7.572,00	655,90	43,03	6.199,00	7.628,00	8.701,00
b[7,4]	3.391,00	585,20	20,47	2.159,00	3.406,00	4.514,00
b[7,5]	1.734,00	263,50	11,41	1.134,00	1.759,00	2.167,00
b[7,6]	2.776,00	304,50	5,39	2.097,00	2.801,00	3.313,00
b[7,7]	2.744,00	605,80	22,11	1.457,00	2.785,00	3.816,00
b[7,8]	5.726,00	844,70	24,67	3.881,00	5.778,00	7.194,00
b[7,9]	4.957,00	235,10	6,69	4.444,00	4.970,00	5.383,00
b[7,10]	2.413,00	431,40	12,29	1.560,00	2.423,00	3.237,00
b[8,1]	90.410,00	37.300,00	1.947,00	22.080,00	84.890,00	175.800,00
b[8,2]	114.100,00	32.380,00	1.762,00	46.180,00	116.600,00	171.000,00
b[8,3]	47.480,00	16.520,00	1.251,00	18.040,00	46.180,00	80.130,00
b[8,4]	52.550,00	21.660,00	1.213,00	11.190,00	52.210,00	92.350,00
b[8,5]	85.060,00	41.160,00	3.266,00	4.545,00	90.320,00	165.500,00
b[8,6]	56.560,00	40.700,00	2.283,00	-26.190,00	60.990,00	121.700,00
b[8,7]	44.990,00	51.310,00	4.224,00	-52.310,00	49.620,00	123.000,00
b[8,8]	163.900,00	29.430,00	1.615,00	107.800,00	164.900,00	219.100,00

**Lampiran 6. (Lanjutan)**

node	mean	sd	MC error	2.50%	median	97.50%
b[8,9]	157.400,00	51.470,00	3.119,00	49.770,00	159.500,00	260.100,00
b[8,10]	89.050,00	53.970,00	3.548,00	-36.090,00	95.050,00	188.700,00
b[9,1]	187.800,00	24.460,00	407,20	140.300,00	187.800,00	235.800,00
b[9,2]	87.030,00	28.680,00	1.310,00	35.620,00	85.610,00	146.400,00
b[9,3]	-43.320,00	15.880,00	1.087,00	-72.870,00	-44.250,00	-10.190,00
b[9,4]	74.230,00	27.660,00	1.081,00	26.570,00	72.350,00	134.400,00
b[9,5]	14.520,00	18.570,00	748,70	-18.650,00	13.180,00	54.280,00
b[9,6]	276.100,00	27.390,00	387,60	216.700,00	277.600,00	325.600,00
b[9,7]	127.900,00	25.200,00	1.019,00	74.190,00	129.300,00	173.900,00
b[9,8]	153.000,00	41.390,00	637,60	65.860,00	155.600,00	227.400,00
b[9,9]	175.400,00	73.330,00	5.383,00	41.140,00	170.700,00	325.000,00
b[9,10]	-20.840,00	27.860,00	870,10	-73.510,00	-21.640,00	36.010,00
b[10,1]	87.840,00	16.830,00	637,50	64.000,00	84.090,00	128.100,00
b[10,2]	139.500,00	17.160,00	663,40	107.600,00	138.300,00	177.300,00
b[10,3]	85.260,00	11.620,00	584,60	66.250,00	84.040,00	110.100,00
b[10,4]	55.950,00	15.500,00	646,80	20.380,00	59.280,00	78.870,00
b[10,5]	89.750,00	13.050,00	488,70	60.870,00	90.900,00	113.300,00
b[10,6]	97.750,00	14.290,00	317,50	70.380,00	96.790,00	129.800,00
b[10,7]	79.240,00	17.940,00	890,30	36.360,00	82.950,00	105.500,00
b[10,8]	90.990,00	14.740,00	269,10	59.440,00	91.300,00	121.800,00
b[10,9]	97.790,00	22.210,00	783,40	52.870,00	98.540,00	139.900,00
b[10,10]	85.150,00	16.990,00	493,50	44.630,00	88.140,00	113.500,00

**Lampiran 7.** Hasil Estimasi Koefisien Regresi Model Makro ( $\gamma$ ) Alternatif 1

node	mean	sd	MC error	2.50%	median	97.50%
g[1,1]	44.950,00	997,70	10,13	42.990,00	44.940,00	46.940,00
g[1,2]	-2.384,00	323,20	4,00	-3.023,00	-2.385,00	-1.747,00
g[1,3]	-63.830,00	1.004,00	11,61	-65.800,00	-63.840,00	-61.860,00
g[1,4]	30.230,00	990,30	10,46	28.280,00	30.230,00	32.180,00
g[1,5]	13.500,00	1.017,00	10,16	11.500,00	13.510,00	15.490,00
g[1,6]	5.991,00	319,40	3,58	5.366,00	5.988,00	6.627,00
g[1,7]	859,20	99,33	1,23	666,60	860,00	1.053,00
g[1,8]	14.360,00	1.001,00	11,75	12.400,00	14.370,00	16.280,00
g[1,9]	26.250,00	1.010,00	10,50	24.270,00	26.240,00	28.210,00
g[1,10]	13.570,00	1.000,00	12,35	11.580,00	13.560,00	15.540,00
g[2,1]	118,60	30,51	0,44	59,81	118,10	177,70
g[2,2]	1,92	2,62	0,05	-2,72	1,68	7,51
g[2,3]	201,80	31,72	0,37	138,70	202,20	263,40
g[2,4]	71,75	31,38	0,33	11,26	71,83	133,40
g[2,5]	59,61	9,87	0,11	40,00	59,59	79,26
g[2,6]	12,67	9,16	0,33	-4,95	12,56	30,81
g[2,7]	0,58	1,66	0,02	-2,68	0,57	3,90
g[2,8]	43,35	9,89	0,29	23,97	43,25	62,66
g[2,9]	66,92	30,00	0,55	8,19	67,00	125,20
g[2,10]	14,35	9,42	0,27	-4,46	14,46	32,12
g[3,1]	2.222,00	316,90	3,85	1.605,00	2.223,00	2.844,00
g[3,2]	108,90	32,85	0,45	43,30	109,00	173,70
g[3,3]	4.828,00	319,20	3,62	4.210,00	4.825,00	5.454,00
g[3,4]	1.792,00	319,60	3,68	1.171,00	1.792,00	2.412,00
g[3,5]	796,20	101,60	1,10	597,70	797,00	994,30
g[3,6]	332,40	98,84	1,68	139,40	330,20	527,00
g[3,7]	51,32	9,91	0,11	31,87	51,36	70,96
g[3,8]	781,70	99,12	1,36	589,20	782,00	976,80
g[3,9]	1.491,00	313,10	3,61	889,00	1.489,00	2.103,00
g[3,10]	894,30	98,83	1,14	698,80	894,00	1.086,00
g[4,1]	4.783,00	317,90	3,82	4.170,00	4.780,00	5.405,00
g[4,2]	232,00	32,32	0,32	169,60	232,10	296,70
g[4,3]	8.994,00	317,30	3,43	8.376,00	8.997,00	9.612,00
g[4,4]	3.495,00	316,50	3,72	2.873,00	3.499,00	4.113,00
g[4,5]	1.378,00	317,70	3,35	762,40	1.378,00	2.003,00
g[4,6]	610,60	98,49	1,40	413,20	611,00	802,70
g[4,7]	85,51	30,88	0,36	24,64	85,64	145,80
g[4,8]	1.500,00	317,10	5,55	878,00	1.499,00	2.132,00



## Lampiran 7. (Lanjutan)

node	mean	sd	MC error	2.50%	median	97.50%
g[4,9]	2.918,00	317,30	3,41	2.300,00	2.914,00	3.534,00
g[4,10]	1.208,00	302,30	4,58	612,10	1.207,00	1.799,00
g[5,1]	698,80	100,00	1,20	500,90	698,70	896,20
g[5,2]	47,12	10,24	0,14	26,83	47,18	67,07
g[5,3]	1.806,00	312,10	3,51	1.198,00	1.806,00	2.424,00
g[5,4]	726,20	99,82	1,09	530,40	725,80	920,10
g[5,5]	250,60	100,10	1,04	54,89	250,80	446,90
g[5,6]	157,80	31,55	0,48	97,20	157,90	221,00
g[5,7]	31,75	21,85	0,25	-10,88	31,80	74,78
g[5,8]	259,70	98,72	2,16	62,57	259,00	453,40
g[5,9]	555,30	100,60	1,01	358,00	555,30	753,60
g[5,10]	556,90	92,17	2,12	378,00	557,60	733,30
g[6,1]	2.528,00	317,90	4,09	1.897,00	2.529,00	3.153,00
g[6,2]	114,40	34,64	0,60	46,15	114,50	182,30
g[6,3]	5.253,00	317,00	3,89	4.625,00	5.254,00	5.860,00
g[6,4]	1.849,00	320,10	3,72	1.239,00	1.846,00	2.483,00
g[6,5]	748,70	99,81	1,13	553,90	748,30	947,10
g[6,6]	376,30	99,17	1,67	181,70	375,80	566,80
g[6,7]	66,20	29,80	0,30	7,23	65,92	124,00
g[6,8]	1.508,00	313,60	9,92	902,70	1.508,00	2.141,00
g[6,9]	1.661,00	318,00	3,53	1.037,00	1.663,00	2.287,00
g[6,10]	573,40	97,94	1,16	381,00	572,60	766,20
g[7,1]	542,20	100,60	1,46	348,20	542,70	743,30
g[7,2]	-50,53	36,27	0,82	-109,60	-54,40	25,88
g[7,3]	1.029,00	313,00	3,70	413,60	1.027,00	1.639,00
g[7,4]	449,40	100,60	1,19	252,60	450,30	644,80
g[7,5]	217,10	31,50	0,36	155,60	217,20	279,10
g[7,6]	114,70	31,12	0,58	53,12	114,50	174,90
g[7,7]	4,81	9,49	0,11	-13,65	4,69	22,91
g[7,8]	199,50	31,85	0,48	137,60	199,50	261,70
g[7,9]	362,60	100,00	0,99	166,70	362,70	558,20
g[7,10]	181,40	31,29	0,45	119,40	181,40	242,40
g[8,1]	6.774,00	317,10	4,00	6.155,00	6.771,00	7.393,00
g[8,2]	369,60	99,33	1,34	172,70	369,70	562,00
g[8,3]	14.950,00	991,00	11,32	13.020,00	14.950,00	16.890,00
g[8,4]	6.440,00	317,40	3,77	5.800,00	6.439,00	7.068,00
g[8,5]	2.672,00	317,30	3,49	2.056,00	2.671,00	3.298,00
g[8,6]	1.513,00	315,40	6,00	898,20	1.508,00	2.132,00

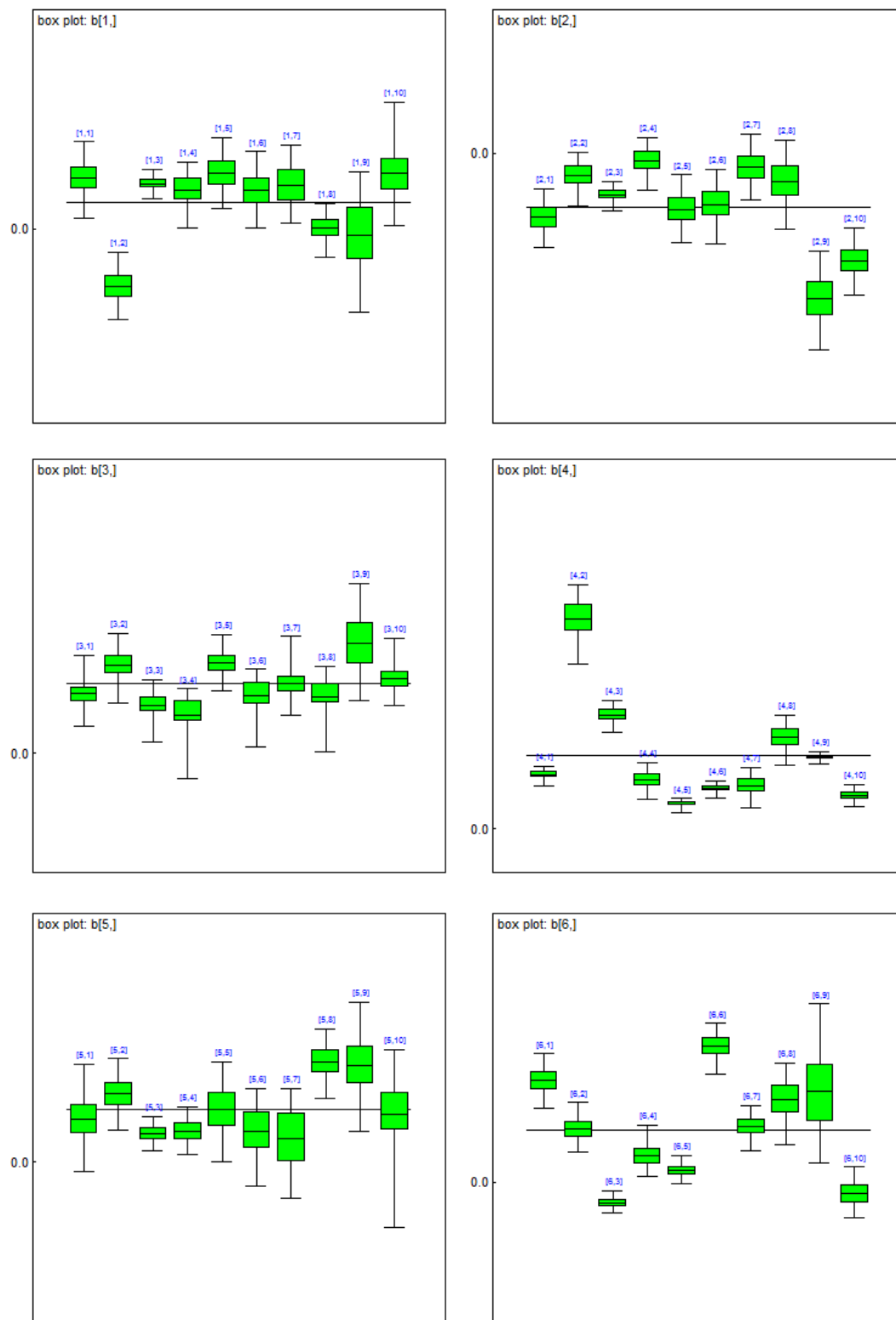
**Lampiran 7.** (Lanjutan)

node	mean	sd	MC error	2.50%	median	97.50%
g[8,7]	98,85	31,37	0,35	36,70	99,16	159,30
g[8,8]	2.280,00	306,10	4,35	1.676,00	2.279,00	2.877,00
g[8,9]	4.083,00	320,80	3,39	3.464,00	4.082,00	4.711,00
g[8,10]	1.204,00	309,20	4,72	605,60	1.202,00	1.811,00

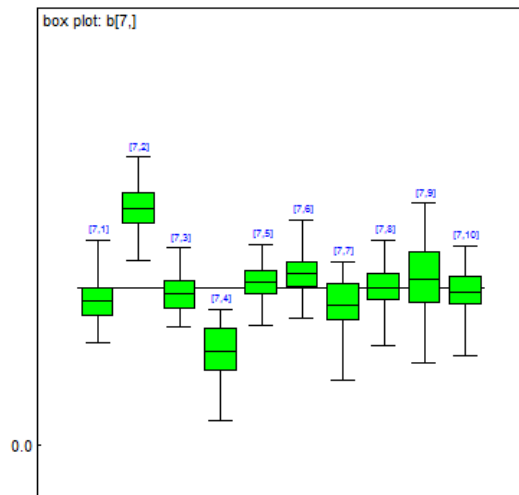
**Lampiran 8.** Hasil Estimasi Parameter *Shape* ( $\alpha$ ) dan *Scale* ( $\phi$ ) Distribusi Gamma Tiga Parameter dari Model Alternatif 1

node	mean	sd	MC error	2.50%	median	97.50%
alpha[1]	2,63	0,32	0,01	2,06	2,60	3,33
alpha[2]	1,72	0,23	0,01	1,33	1,70	2,20
alpha[3]	1,34	0,14	0,01	1,10	1,33	1,63
alpha[4]	2,20	0,34	0,01	1,63	2,16	2,98
alpha[5]	1,54	0,15	0,00	1,29	1,53	1,86
alpha[6]	2,56	0,34	0,01	1,98	2,52	3,34
alpha[7]	1,67	0,22	0,01	1,27	1,66	2,13
alpha[8]	3,07	0,43	0,01	2,33	3,03	4,03
alpha[9]	2,25	0,19	0,01	1,91	2,24	2,65
alpha[10]	3,61	0,43	0,01	2,85	3,58	4,53
pii[1]	5,04E-06	4,96E-07	1,06E-08	4,13E-06	5,03E-06	6,08E-06
pii[2]	2,79E-06	3,21E-07	8,86E-09	2,21E-06	2,78E-06	3,45E-06
pii[3]	3,31E-06	3,28E-07	1,03E-08	2,71E-06	3,30E-06	4,00E-06
pii[4]	4,51E-06	5,25E-07	2,00E-08	3,56E-06	4,47E-06	5,64E-06
pii[5]	2,60E-06	2,31E-07	5,79E-09	2,18E-06	2,59E-06	3,08E-06
pii[6]	4,52E-06	4,77E-07	1,08E-08	3,64E-06	4,49E-06	5,52E-06
pii[7]	3,22E-06	3,72E-07	1,27E-08	2,54E-06	3,21E-06	3,98E-06
pii[8]	5,07E-06	5,58E-07	1,33E-08	4,04E-06	5,04E-06	6,24E-06
pii[9]	2,85E-06	2,19E-07	5,27E-09	2,45E-06	2,85E-06	3,31E-06
pii[10]	5,77E-06	5,21E-07	1,37E-08	4,80E-06	5,76E-06	6,84E-06

## Lampiran 9. Boxplot Koefisien Regresi Model Mikro ( $\beta$ ) Alternatif 2



## Lampiran 9. (Lanjutan)



**Lampiran 10.** Hasil Estimasi Koefisien Regresi Model Mikro ( $\beta$ ) Alternatif 2

node	mean	sd	MC error	2.50%	median	97.50%
b[1,1]	134.600,00	50.340,00	3.021,00	26.600,00	136.000,00	232.200,00
b[1,2]	-155.900,00	45.730,00	2.937,00	-243.500,00	-157.000,00	-62.720,00
b[1,3]	120.700,00	19.200,00	1.340,00	82.140,00	120.700,00	158.100,00
b[1,4]	103.300,00	44.330,00	3.086,00	3.565,00	107.300,00	178.800,00
b[1,5]	148.600,00	48.030,00	3.938,00	57.070,00	146.300,00	241.700,00
b[1,6]	103.600,00	52.290,00	3.274,00	1.685,00	102.400,00	205.800,00
b[1,7]	116.000,00	55.120,00	4.579,00	18.730,00	113.000,00	223.100,00
b[1,8]	501,90	35.990,00	1.147,00	-73.470,00	2.097,00	66.130,00
b[1,9]	-8.796,00	95.180,00	8.190,00	-213.300,00	-2.751,00	152.600,00
b[1,10]	145.300,00	76.740,00	5.386,00	3.785,00	142.000,00	325.300,00
b[2,1]	-85.170,00	19.650,00	349,80	-125.600,00	-84.830,00	-47.230,00
b[2,2]	-30.330,00	18.190,00	410,70	-69.840,00	-28.990,00	1.896,00
b[2,3]	-55.070,00	9.557,00	270,20	-76.250,00	-54.230,00	-38.090,00
b[2,4]	-10.040,00	17.940,00	422,20	-49.050,00	-8.600,00	20.760,00
b[2,5]	-74.320,00	23.140,00	856,20	-119.300,00	-74.830,00	-27.880,00
b[2,6]	-67.800,00	24.980,00	467,30	-120.600,00	-66.670,00	-21.250,00
b[2,7]	-18.080,00	22.440,00	641,00	-61.030,00	-18.360,00	25.740,00
b[2,8]	-37.360,00	30.130,00	536,40	-99.860,00	-36.220,00	18.260,00
b[2,9]	-193.100,00	33.590,00	564,60	-262.100,00	-192.100,00	-130.000,00
b[2,10]	-142.700,00	22.800,00	433,60	-189.200,00	-142.200,00	-99.520,00
b[3,1]	39.600,00	10.830,00	186,60	18.350,00	38.840,00	65.660,00
b[3,2]	58.490,00	10.910,00	237,20	34.130,00	58.900,00	79.630,00
b[3,3]	31.570,00	9.689,00	405,20	6.815,00	32.810,00	48.720,00
b[3,4]	25.660,00	15.240,00	651,70	-16.040,00	30.500,00	42.800,00
b[3,5]	59.800,00	9.106,00	226,40	41.500,00	59.820,00	78.460,00
b[3,6]	38.440,00	12.790,00	433,80	5.195,00	41.810,00	55.670,00
b[3,7]	46.530,00	11.810,00	235,90	25.360,00	44.810,00	77.200,00
b[3,8]	37.690,00	13.810,00	428,60	952,10	40.630,00	57.610,00
b[3,9]	72.720,00	20.140,00	764,60	34.050,00	72.740,00	112.400,00
b[3,10]	49.660,00	10.760,00	215,90	31.340,00	48.100,00	76.410,00
b[4,1]	3.590,00	335,20	7,20	2.831,00	3.624,00	4.158,00
b[4,2]	13.980,00	1.352,00	75,40	10.960,00	14.100,00	16.250,00
b[4,3]	7.530,00	552,70	32,13	6.384,00	7.573,00	8.509,00
b[4,4]	3.237,00	591,90	24,83	1.995,00	3.255,00	4.376,00
b[4,5]	1.635,00	236,90	5,76	1.057,00	1.676,00	1.987,00
b[4,6]	2.664,00	283,20	5,79	2.015,00	2.689,00	3.155,00
b[4,7]	2.858,00	695,60	23,58	1.300,00	2.899,00	4.055,00
b[4,8]	6.054,00	847,60	23,15	4.183,00	6.133,00	7.511,00
b[4,9]	4.762,00	199,40	2,57	4.304,00	4.783,00	5.107,00

## Lampiran 10. (Lanjutan)

node	mean	sd	MC error	2.50%	median	97.50%
b[4,10]	2.189,00	359,10	10,26	1.480,00	2.186,00	2.905,00
b[5,1]	70.740,00	43.860,00	2.562,00	-18.810,00	71.550,00	162.400,00
b[5,2]	113.700,00	30.170,00	1.502,00	52.500,00	115.000,00	172.500,00
b[5,3]	46.300,00	14.520,00	946,20	17.460,00	46.210,00	74.960,00
b[5,4]	51.090,00	20.650,00	1.020,00	12.390,00	50.750,00	92.100,00
b[5,5]	86.520,00	42.460,00	3.457,00	109,00	90.900,00	164.200,00
b[5,6]	48.500,00	42.850,00	2.693,00	-41.450,00	51.230,00	120.700,00
b[5,7]	38.340,00	51.010,00	4.184,00	-62.270,00	42.500,00	120.700,00
b[5,8]	166.900,00	29.140,00	1.418,00	105.200,00	168.600,00	221.200,00
b[5,9]	158.100,00	51.780,00	3.235,00	47.420,00	160.500,00	255.900,00
b[5,10]	81.450,00	64.750,00	4.752,00	-96.640,00	90.630,00	191.100,00
b[6,1]	202.000,00	27.980,00	482,30	146.100,00	202.400,00	255.400,00
b[6,2]	105.600,00	25.190,00	803,20	60.050,00	104.400,00	158.900,00
b[6,3]	-41.440,00	10.900,00	446,80	-61.180,00	-42.270,00	-18.300,00
b[6,4]	52.890,00	25.100,00	1.151,00	11.620,00	49.810,00	111.500,00
b[6,5]	22.990,00	13.540,00	329,20	-2.616,00	22.140,00	52.050,00
b[6,6]	270.900,00	25.510,00	309,40	215.800,00	272.500,00	316.000,00
b[6,7]	110.200,00	22.820,00	811,90	61.770,00	112.000,00	151.000,00
b[6,8]	163.600,00	41.380,00	556,00	75.630,00	165.900,00	236.800,00
b[6,9]	176.300,00	81.980,00	6.742,00	34.950,00	169.500,00	355.500,00
b[6,10]	-23.160,00	25.730,00	701,30	-71.330,00	-24.150,00	29.790,00
b[7,1]	80.800,00	14.490,00	466,80	57.180,00	78.090,00	115.400,00
b[7,2]	132.000,00	14.660,00	414,80	103.100,00	132.200,00	161.300,00
b[7,3]	84.610,00	11.600,00	520,00	65.660,00	83.210,00	110.300,00
b[7,4]	51.950,00	17.010,00	949,40	13.660,00	56.090,00	75.700,00
b[7,5]	90.760,00	11.300,00	318,30	67.130,00	91.420,00	112.400,00
b[7,6]	96.000,00	13.560,00	318,60	70.540,00	95.110,00	126.100,00
b[7,7]	78.180,00	16.890,00	859,40	36.130,00	81.690,00	102.600,00
b[7,8]	87.640,00	14.380,00	299,80	55.630,00	88.430,00	115.400,00
b[7,9]	92.840,00	22.540,00	849,40	45.280,00	93.890,00	133.800,00
b[7,10]	85.400,00	15.160,00	378,60	49.820,00	87.430,00	112.300,00

**Lampiran 11.** Hasil Estimasi Koefisien Regresi Model Makro ( $\gamma$ ) Alternatif 2

node	mean	sd	MC error	2.50%	median	97.50%
g[1,1]	44.920,00	994,90	11,35	42.960,00	44.930,00	46.850,00
g[1,2]	-63.830,00	999,70	11,08	-65.780,00	-63.840,00	-61.880,00
g[1,3]	5.999,00	319,60	3,15	5.368,00	5.993,00	6.616,00
g[1,4]	860,10	101,50	1,27	659,10	859,50	1.060,00
g[1,5]	14.360,00	1.006,00	10,94	12.380,00	14.370,00	16.320,00
g[1,6]	26.250,00	991,30	10,86	24.290,00	26.250,00	28.210,00
g[1,7]	13.530,00	1.001,00	10,99	11.550,00	13.540,00	15.470,00
g[2,1]	113,70	31,38	0,34	51,99	113,70	174,60
g[2,2]	201,60	31,69	0,35	139,10	201,30	262,10
g[2,3]	16,09	9,46	0,33	-2,04	16,00	34,71
g[2,4]	0,54	1,70	0,02	-2,82	0,53	3,91
g[2,5]	43,46	10,03	0,29	22,74	43,40	62,64
g[2,6]	66,51	29,62	0,57	7,65	66,76	124,50
g[2,7]	12,96	9,25	0,25	-5,23	12,94	30,97
g[3,1]	2.214,00	317,70	3,98	1.597,00	2.214,00	2.826,00
g[3,2]	4.828,00	322,30	3,26	4.193,00	4.830,00	5.459,00
g[3,3]	336,40	99,77	1,63	141,30	335,80	530,50
g[3,4]	51,51	9,88	0,11	32,28	51,45	70,68
g[3,5]	780,90	100,10	1,19	584,60	781,20	975,70
g[3,6]	1.490,00	314,70	3,69	874,10	1.497,00	2.107,00
g[3,7]	888,10	98,58	1,18	694,30	888,80	1.079,00
g[4,1]	4.770,00	317,30	3,37	4.156,00	4.768,00	5.400,00
g[4,2]	8.990,00	318,90	3,55	8.366,00	8.989,00	9.601,00
g[4,3]	615,00	100,50	1,52	415,80	615,10	812,70
g[4,4]	85,65	31,00	0,32	25,51	85,83	147,30
g[4,5]	1.496,00	318,10	5,09	868,70	1.495,00	2.117,00
g[4,6]	2.927,00	318,40	3,63	2.309,00	2.930,00	3.547,00
g[4,7]	1.163,00	306,20	4,27	553,60	1.163,00	1.760,00
g[5,1]	699,40	100,10	1,22	503,40	699,80	897,60
g[5,2]	1.805,00	317,50	3,44	1.186,00	1.806,00	2.426,00
g[5,3]	157,30	30,60	0,44	97,35	157,40	217,40
g[5,4]	32,29	21,98	0,34	-10,48	32,07	75,32
g[5,5]	258,40	99,70	1,82	59,22	259,20	453,80
g[5,6]	555,50	99,51	0,99	361,30	554,80	752,80
g[5,7]	539,10	90,73	1,83	357,50	538,10	717,20
g[6,1]	2.509,00	317,20	3,37	1.894,00	2.509,00	3.139,00
g[6,2]	5.248,00	319,90	3,58	4.624,00	5.250,00	5.882,00
g[6,3]	373,90	99,00	1,87	179,40	373,40	568,00



**Lampiran 11. (Lanjutan)**

node	mean	sd	MC error	2.50%	median	97.50%
g[6,4]	67,26	29,72	0,34	9,26	67,59	126,40
g[6,5]	1.492,00	298,30	4,92	907,50	1.492,00	2.075,00
g[6,6]	1.666,00	314,90	3,21	1.045,00	1.666,00	2.268,00
g[6,7]	566,00	99,09	1,07	371,20	566,90	756,90
g[7,1]	540,30	100,70	1,07	346,00	541,10	736,80
g[7,2]	1.033,00	319,80	3,19	402,20	1.034,00	1.652,00
g[7,3]	117,50	30,65	0,58	57,30	117,60	176,50
g[7,4]	4,87	9,60	0,10	-13,70	4,83	23,80
g[7,5]	200,10	31,70	0,44	138,60	200,80	261,70
g[7,6]	362,60	100,00	1,03	170,70	361,20	563,10
g[7,7]	178,50	30,94	0,42	117,50	178,40	238,50
g[8,1]	6.778,00	315,90	3,50	6.163,00	6.777,00	7.413,00
g[8,2]	14.960,00	1.004,00	10,53	12.980,00	14.960,00	16.900,00
g[8,3]	1.513,00	304,90	5,63	916,70	1.513,00	2.103,00
g[8,4]	98,83	31,34	0,30	36,93	98,93	159,70
g[8,5]	2.281,00	312,80	4,67	1.675,00	2.275,00	2.893,00
g[8,6]	4.086,00	317,00	3,69	3.458,00	4.089,00	4.706,00
g[8,7]	1.203,00	311,40	4,46	590,20	1.205,00	1.813,00

**Lampiran 12.** Hasil Estimasi Parameter *Shape* ( $\alpha$ ) dan *Scale* ( $\phi$ ) Distribusi Gamma Tiga Parameter dari Model Alternatif 2

node	mean	sd	MC error	2.50%	median	97.50%
alpha[1]	3,07	0,35	0,01	2,48	3,04	3,828
alpha[2]	1,78	0,22	0,01	1,41	1,77	2,264
alpha[3]	1,39	0,14	0,00	1,15	1,38	1,681
alpha[4]	2,21	0,39	0,02	1,60	2,16	3,117
alpha[5]	1,55	0,13	0,00	1,32	1,55	1,845
alpha[6]	2,55	0,36	0,01	1,96	2,52	3,361
alpha[7]	1,76	0,20	0,01	1,37	1,75	2,185
alpha[8]	3,13	0,45	0,01	2,36	3,10	4,126
alpha[9]	2,50	0,21	0,01	2,12	2,49	2,929
alpha[10]	3,41	0,39	0,01	2,74	3,38	4,291
pii[1]	5,47E-06	5,05E-07	1,24E-08	4,55E-06	5,44E-06	6,54E-06
pii[2]	2,87E-06	3,16E-07	6,87E-09	2,30E-06	2,86E-06	3,56E-06
pii[3]	3,41E-06	3,28E-07	7,90E-09	2,79E-06	3,41E-06	4,08E-06
pii[4]	4,49E-06	5,77E-07	3,03E-08	3,48E-06	4,45E-06	5,75E-06
pii[5]	2,62E-06	2,24E-07	4,12E-09	2,22E-06	2,62E-06	3,08E-06
pii[6]	4,49E-06	4,86E-07	1,39E-08	3,62E-06	4,47E-06	5,51E-06
pii[7]	3,32E-06	3,53E-07	1,04E-08	2,64E-06	3,31E-06	4,05E-06
pii[8]	4,96E-06	5,54E-07	1,21E-08	3,94E-06	4,95E-06	6,11E-06
pii[9]	3,00E-06	2,28E-07	4,86E-09	2,57E-06	2,99E-06	3,46E-06
pii[10]	5,59E-06	5,01E-07	1,23E-08	4,68E-06	5,57E-06	6,64E-06

## BIOGRAFI PENULIS



**P**enulis dilahirkan di Sumenep, Jawa Timur pada tanggal 6 Mei 1984, adalah anak pertama dari dua bersaudara dari pasangan Bapak Amiruddin dan Ibu Oemmaniyah. Saat ini penulis sudah berkeluarga dengan suami bernama Aditya Yuniarto dengan satu anak bernama Wizam Hilmi Raditya. Penulis menyelesaikan pendidikan di SDN Pamolokan I (1991-1997), SMPN 2 Sumenep (1997-2000), SMAN 1 Sumenep (2000-2003) dan Universitas Brawijaya Malang dengan Jurusan Statistika (2003-2007). Setelah lulus S1, penulis aktif bekerja sebagai tenaga pengajar di lembaga bimbingan belajar PMA. Pada 2008 penulis diterima sebagai CPNS Badan Pusat Statistik (BPS) dan mulai aktif pada 2009 sebagai staf seksi Statistik Kesejahteraan Rakyat, Bidang Statistik Sosial BPS Provinsi Maluku Utara. Selanjutnya, pada 2013 penulis dimutasi ke BPS Kabupaten Halmahera Utara Provinsi Maluku Utara sebagai kepala seksi Statistik Sosial. Pada bulan Juli 2015 penulis kembali diberikan kesempatan untuk melanjutkan pendidikan S2 di Institut Teknologi Sepuluh Nopember (ITS) Surabaya Jurusan Statistika dengan beasiswa APBN-BPS. Semoga penulis dapat mengamalkan ilmu yang telah didapat serta mengimplementasikan dalam dunia kerja sekaligus menjadi amal ibadah yang akan dicatat Allah SWT. Aamiin.

*“Tidak ada kata menyerah sebelum mencoba, berusaha dan berdoa”*

wirawati.ika15@mhs.statistika.its.ac.id  
wirawatika@bps.go.id